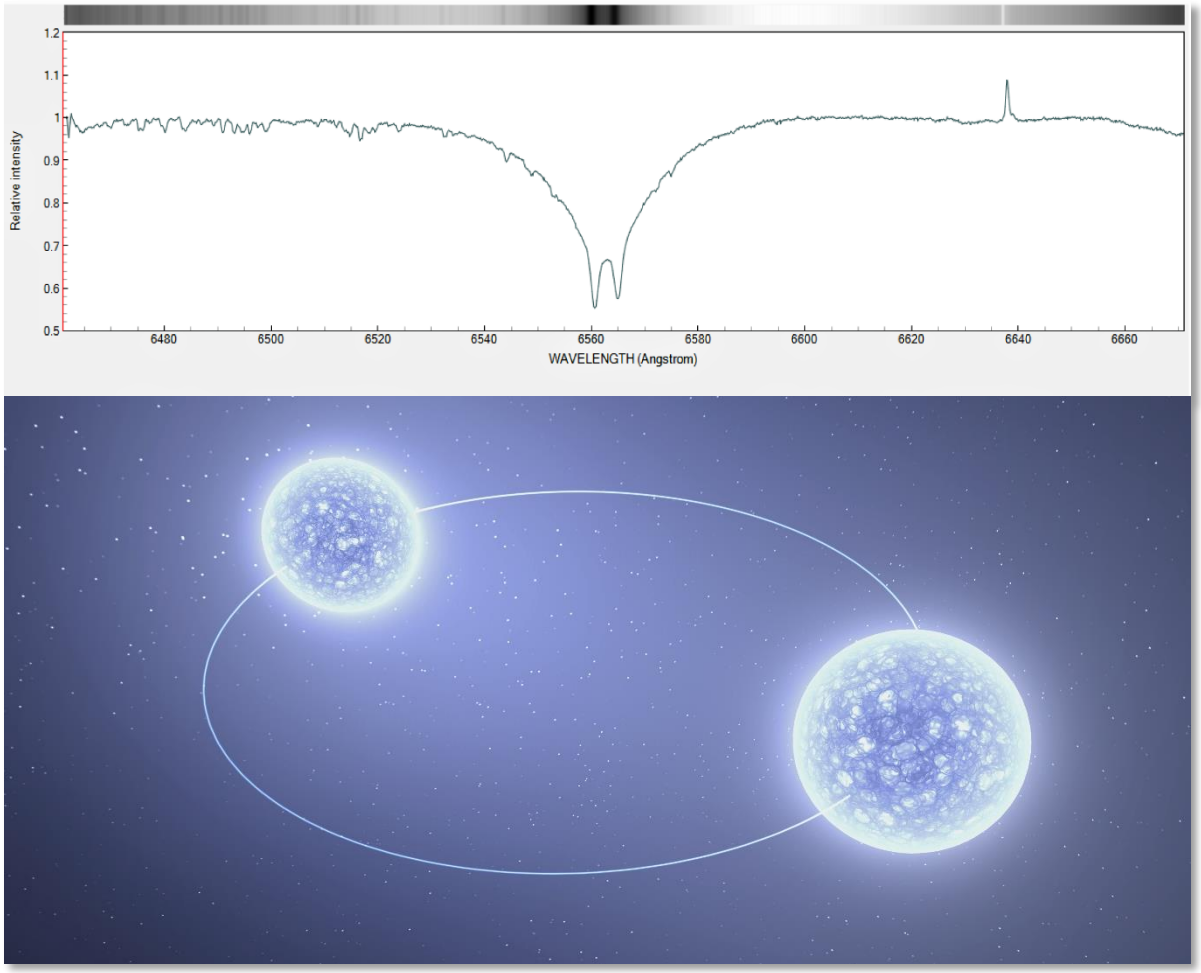
Hochauflösende Spektroskopie des Doppelsterns β Aurigae

Schriftliche Arbeit zur Besondere Lernleistung im Abitur 2018



Marius Bröcker: marius.alexander@gmx.de

Samuel Striewski: samuel.striewski@web.de

Carl-Fuhlrott-Gymnasium, Wuppertal

Jahrgangsstufe Q2

Abgabedatum: 23.04.2018

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis 1

1. Einleitung 2

2. Theoretische Grundlagen 3

2.1. Herleitungen aus dem Gravitationsgesetz 3

2.2 Herleitung Radialgeschwindigkeit 6

3. Das Schülerlabor 8

4. Durchführung 11

4.1. Ablauf des Experiments 11

4.2. Aufnahme der Spektren 12

4.3. Kalibrierung der Spektren 13

4.4. Auswertung der Datensätze 15

5. Ergebnis 21

5.1. Darstellung der Ergebnisse 21

5.2. Diskussion 23

5.3. Zusammenfassung 24

6. Anhang 25

6.1. Literaturverzeichnis 25

6.2. Bildquellenverzeichnis 26

6.3. Danksagung 27

6.4. Abschlusserklärung 28

1. Einleitung

Es ist erstaunlich, dass Astronomen seit Anbeginn der Wissenschaft Erkenntnisse über weit entfernte Sterne und Sonnensysteme gewinnen konnten, ohne unseren Heimatplaneten je verlassen zu haben. Selbst heutzutage, wo Raumfahrt seit langer Zeit Wirklichkeit geworden ist, ist es uns immer noch unmöglich, entfernte Sterne zu bereisen. Um dennoch den Rätseln unseres Universums auf den Grund zu gehen, haben wir uns dazu entschieden, den Projektkurs Astronomie zu wählen und die Chancen der Sternforschung wahrzunehmen. Nachdem wir uns ausführlich mit der Spektralanalyse beschäftigt hatten, sind wir zu dem Entschluss gekommen, uns in unserer Projektarbeit ebenfalls mit Spektroskopie zu beschäftigen. Nach erfolgreichen Messungen und guten Ergebnissen fiel die Entscheidung, mit dem Projekt zusätzlich bei Jugend forscht teilzunehmen.

In unserer Arbeit haben wir uns mit einem Doppelsternsystem namens β Aurigae[1] beschäftigt, da gerade in der Spektroskopie Doppelsterne ein hochinteressantes aber anspruchsvolles Thema darstellen. Zudem stand β Aurigae zum Zeitpunkt unserer Messungen günstig am östlichen Himmel und bot sich daher zur beispielhaften Bestimmung der systeminternen Parameter an. Ziel unseres Projektes war es, mit den gegebenen Messinstrumenten möglichst nah an die Ergebnisse von professionellen Astronomen heranzukommen und damit die Qualität der Messinstrumente sowie die korrekte Vorgehensweise zu bestätigen. Das ausgewählte Sternsystem β Aur ist ein sogenannter spektroskopischer Doppelstern. Die beiden Sterne sind gravitativ aneinandergebunden und nur mit Hilfe von Spektroskopie auffindbar, da sie für uns nicht optisch auflösbar sind. Im Falle von β Aur handelt es sich in Wirklichkeit um ein Dreifachsternsystem. Allerdings leuchtet der dritte Stern neben β Aur A und B sehr schwach und weit entfernt von seinen Geschwister-Sternen, dass er für die folgende Messung keine Rolle spielt und man den Stern weiterhin als Doppelstern ansehen kann.

Zur Berechnung waren zunächst Aufnahmen von mehreren Spektren nötig, die über einen längeren Zeitraum die Umkreisung der Sterne umeinander dokumentieren sollten. Da die beiden Sterne um einen gemeinsamen Massenschwerpunkt kreisen, bewegen sie sich in regelmäßigem Abstand auf den Beobachter hin und wieder von ihm weg. Durch den Doppler-Effekt ist bekannt, dass sich die Wellenlänge von Licht verändert, wenn sich die Lichtquelle relativ zum Beobachter bewegt. Somit können auch wir von der Erde aus, durch zeitliche Veränderungen der Wellenlängen im Doppelsternspektrum, auf die Geschwindigkeit der Sterne an jedem Zeitpunkt zurückschließen. Aus dieser Kenntnis kann man anschließend Rückschlüsse auf die Parameter/Eigenschaften der Umlaufbahnen beiden Sterne ziehen und diese folglich recht genau bestimmen. Zu Diesen Parametern/Eigenschaften gehören beispielsweise die Umlaufzeit der Doppelsterne, Enterung zueinander und Massen der beiden Sterne, Exzentrizität der Umlaufbahn usw.

β Aurigae lässt sich unter folgenden Koordinaten am Himmel finden:

Rektaszension 05h 59m 31.72293s **Deklination** + 44° 56’ 50.7573

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/Beta_Aurigae

2. Theoretische Grundlagen

2.1. Herleitungen aus dem Gravitationsgesetz

Im Folgenden werden die für uns wichtigen Formel zur Bestimmung der Masse sowie der Abstände der beiden Sterne aus dem Gravitationsgesetz hergeleitet:

Das Gravitationsgesetz:

I $F_G = G\frac{M_1 \cdot M_2}{r^2}$ G steht für die Gravitationskonstante mit einem Wert von etwa $6{,}67408 \cdot 10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$.[2] M_1 und M_2 sind die Massen der beiden Sterne und r der Radius ihrer gemeinsamen Kreisbahn.

II. $F = m \cdot a$ Newtonschen Axiom

$F = F_G$ Man ergänzt das Gravitationsgesetz durch das Newtonsche Axiom.

$M_1 \cdot a_1 = G\frac{M_1 \cdot M_2}{r^2}$ M_1 lässt sich kürzen

Es gilt nun:

III. $a_1 = G\frac{M_2}{r^2}$

$a_2 = G\frac{M_1}{r^2}$

Die Gesamtbeschleunigung a lautet folglich:

IV. $a = a_1 + a_2 = G\frac{M_1 + M_2}{r^2}$

Da die Sterne umeinanderkreisen, ist ihre Geschwindigkeit nicht konstant, sondern wird gleichmäßig beschleunigt. Die Kraft, welche veranlasst, dass die Objekte durchgehend in Richtung der Mitte „gedrückt“ werden, heißt Zentripetalkraft F_Z. In Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{2\pi}{T}$, wobei T für die Umlaufzeit steht, ergibt sich für die Kreisbeschleunigung folgende Gleichung, die zusätzlich vom Radius $r = r_1 + r_2$ abhängig ist. So kann man F_G durch F_Z ersetzen.

V. $a = \omega^2 \cdot r = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r$

Setzt man nun IV. und V. gleich, so erhält man:

VI. $M_1 + M_2 = \frac{4\pi^2}{G \cdot T^2} \cdot r^3$

[2] http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?bg

Aus II. geht hervor, dass $M_1 \cdot a_1 = M_2 \cdot a_2$ und mit V. folgt: $M_1 \cdot r_1 = M_2 \cdot r_2$. Da die Geschwindigkeit v als $\omega \cdot r$ definiert ist, folgt, dass $v = \frac{2\pi}{T} \cdot r$ gilt und der Radius r wiederum mit der Gleichung beschrieben werden kann:

VII. $r = \frac{T}{2\pi} \cdot v$

Die spätere Auswertung des Spektroskopie-Experimentes ergibt zwei Sinusfunktionen, welche von der Geschwindigkeit v und dem Winkel i, der die Inklination, also den Neigungsgrad gegenüber dem Beobachter angibt, abhängen. Beide Kurven besitzen jeweils einen Maximalwert K_1 bzw. K_2, der durch die Gleichung $K = v \cdot \sin(i)$ ausgedrückt werden kann. Formt man nach v um und setzt das Ergebnis in VII. ein, so erhält man für den Radius:

VIII. $r = T \cdot \frac{K}{2\pi \cdot \sin i}$ **Abstandsberechnung**

Nun wird $M_1 \cdot r_1 = M_2 \cdot r_2$ umgeformt, sodass gilt: $\frac{M_1}{M_2} = \frac{r_2}{r_1}$
In Worten ausgedrückt ist das Massenverhältnis der Sterne gleich dem umgekehrten Radien Verhältnis. Setzt man für die Radien die Gleichung VII. ein, kürzen sich T und $2\pi \cdot \sin(i)$, also alle Unbekannten, weg und es bleibt als Formel für das Massenverhältnis:

IX. $\frac{M_1}{M_2} = \frac{K_2}{K_1}$

Beide K-Werte sind als maximale Radialgeschwindigkeiten aus dem Graphen ablesbar und somit kann bereits durch die Messpunkte das Massenverhältnis der Sterne im Doppelsternsystem β Aur bestimmt werden. Um absolute Werte für die Massen der Sterne berechnen zu können, wird der Winkel i benötigt. Die Rechnung geht aus dem oben bereits umgeformten Gravitationsgesetz (VII.) hervor. Der Gesamtradius r wurde als $r_1 + r_2$ definiert und mit VIII. eingesetzt in VII. folgt:

X. $M_1 + M_2 = \frac{4\pi^2}{G \cdot T^2} \cdot \left(\frac{T \cdot K}{2\pi * \sin i}\right)^3$

$$M_1 + M_2 = \frac{T}{2\pi \cdot G \cdot \sin^3 i} \cdot (K_1 + K_2)^3$$

Zur genauen Massenbestimmung fehlen nur die Größen i, T, K_1 und K_2, da sowohl π als auch G physikalische Konstanten sind. Setzt man für i den Wert 76,0° ± 0,4° ein, welcher von professionellen Astronomen im Jahr 1995 über eine Messung der Lichtintensität bestimmt wurde[3], beträgt $M_1 + M_2$ in Sonnenmassen ($M_\odot = 1{,}9891 \cdot 10^{30}$ kg)[4]:

XI. $M_1 + M_2 = \frac{kg\, s^3}{m^3} \cdot T \cdot (K_1 + K_2)^3$

[3] http://iopscience.iop.org/article/10.1088/0004-6256/142/1/6/meta;jsessionid=79D381D11B7D0C95577E38E-DFE7B67FF.c2.iopscience.cld.iop.org#aj389856s3
[4] https://www.iau.org/public/themes/measuring/

Formt man IX. nach M_1 um und setzt es in X. ein, erhält man den absoluten Wert von M_2:

$$\text{XII.} \quad M_2 = \frac{T}{2\pi \cdot G \cdot \sin^3 i} \cdot \frac{(K_1 + K_2)^3}{\frac{K_2}{K_1} + 1}$$ **Massenformel**

Gleichermaßen gilt nach Umformung für M_1:

$$\text{XIII.} \quad M_1 = \frac{T}{2\pi \cdot G \cdot \sin^3 i} \cdot \frac{(K_1 + K_2)^3}{\frac{K_1}{K_2} + 1}$$ **Massenformel**

Abgesehen vom Neigungswinkel können alle weiteren Schritte zur Berechnung der Massenverhältnisse und der absoluten Werte für die Masse ohne äußere Zusatzwerte vollzogen werden. Lediglich die Umlaufdauer T und die Grenzgeschwindigkeiten K_1 und K_2 müssen nun bestimmt werden, wofür man zunächst mit der Aufnahme eines Sternspektrums von β Aur beginnen muss.

2.2 Herleitung der Radialgeschwindigkeit

Die Radialgeschwindigkeit eines Himmelskörpers, in unserem Fall die von β Aurigae, bezeichnet die Geschwindigkeitskomponente des Objekts relativ zum Beobachter, also der Erde. Definiert ist sie als positiv, wenn sich das Himmelsobjekt in Richtung der Sichtlinie des Beobachters entfernt. Ist das der Fall, so tritt auch die sogenannte Rotverschiebung im Spektrum auf, da sich die Wellenlängen durch den Doppler-Effekt strecken und oder mathematisch gesehen größer werden. Die genaue Messung der Radialgeschwindigkeit bietet letztendlich Aufschluss über die systemrelevanten Bahnparameter von β Aurigae.

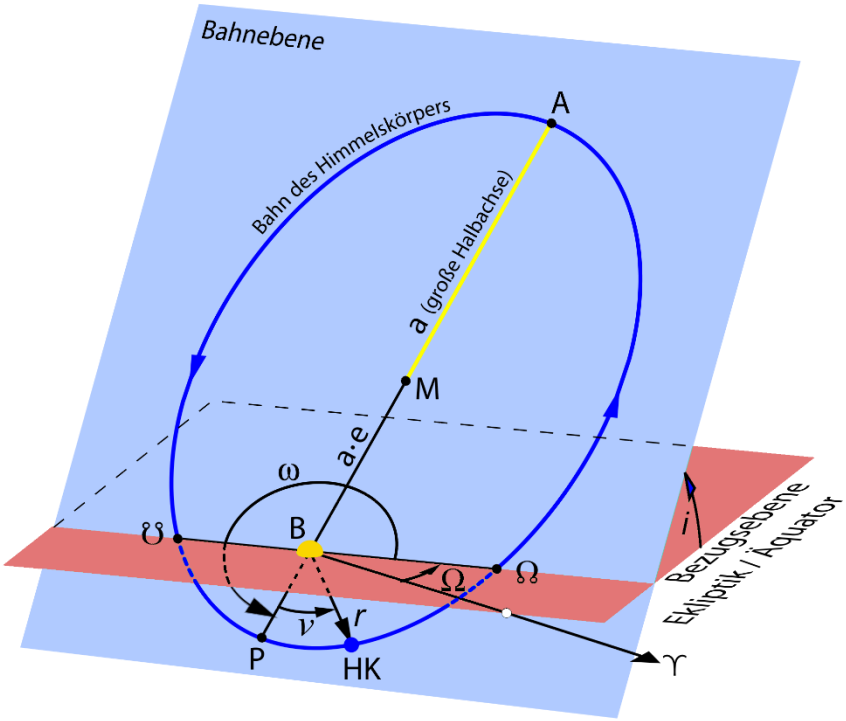


Abb. 1: Bahnelemente und ihre Parameter

Zur Berechnung muss man sich die Abhängigkeit der Radialgeschwindigkeit von 7 Variablen deutlich machen:[5]

1. Die große Bahnhalbachse *a*
2. Exzentrizität *e* [0,1]
3. Sowie die Inklination *i*
4. die Umlaufperiode P
5. die wahre Anomalie T
6. Die mittlere Anomalie M
7. Die exzentrische Anomalie E.

Der Abstand beider Sterne voneinander wird im Folgenden als r bezeichnet. Aus dem 2. Kepler Gesetz kann man schreiben:

I. $$\frac{r}{2} \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{\pi \cdot a^{2\sqrt{1-e^2}}}{p}$$

Außerdem gilt nach dem 3. Keplerschen Gesetz in Kombination mit dem Gravitationsgesetz:

II. $$p^2 = \frac{(2\pi)^2}{G(M_1+M_2)} \cdot a^3$$

[5] https://de.wikipedia.org/wiki/Bahnelement

Setzt man II. in I. ein so folgt mit:

$$L_1 = a \cdot (1 - e^2) : r^2 \dot{U} = \sqrt{M_1 + M_2} \cdot \sqrt{a(1 - e^2)}$$

III. $$r^2 \dot{U} = \sqrt{LG(M_1 + M_{2)}}$$

Nun kann r beschrieben werden als:

IV. $$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cdot cos v} = \frac{L}{1+E \cdot cos v}$$

Folglich gilt nach Einsetzen von IV. in III.:

V. $$\frac{L^2}{(1+e \cdot cos v)^2} \cdot v^2 = \sqrt{LG(M_1 + M_{2)}}$$

Das 3. Kepler Gesetz stellt hier erneut den Zusammenhang von P, M und a dar:

$$\frac{a^3}{p^2} = M_1 + M_2$$

Die Kepler Gleichung, folgend aus seinem 2. Gesetz, für die exzentrische Anomalie E lautet:

$$M = E - e \cdot \sin E$$

Daraus folgt nach numerischem Lösungsverfahren für die wahre Anomalie:

Hieraus folgt dann die Gleichung für die Radialgeschwindigkeit V_r, welche als Ableitung von r der Gesamtbewegung des Systems V_γ eine Umlaufbewegung hinzufügt:

$$V_r = V_\gamma + K \cdot [e \cdot cos\ \omega + \cos(\omega + v)]$$

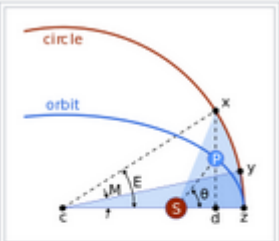


Figure 5: Geometric construction for Kepler's calculation of θ. The Sun (located at the focus) is labeled *S* and the planet *P*. The auxiliary circle is an aid to calculation. Line *xd* is perpendicular to the base and through the planet *P*. The shaded sectors are arranged to have equal areas by positioning of point *y*.

3. Das Schülerlabor

Die Messungen wurden im Schülerlabor Astronomie auf dem Dach des Carl-Fuhlrott-Gymnasiums durchgeführt (Abb. 2). Neben 6 weiteren Stationen steht auch eine Aufnahmestation, die Station 7, mit einem CDK-20 Teleskop zur Verfügung, welches für die Aufnahmen genutzt wurde.

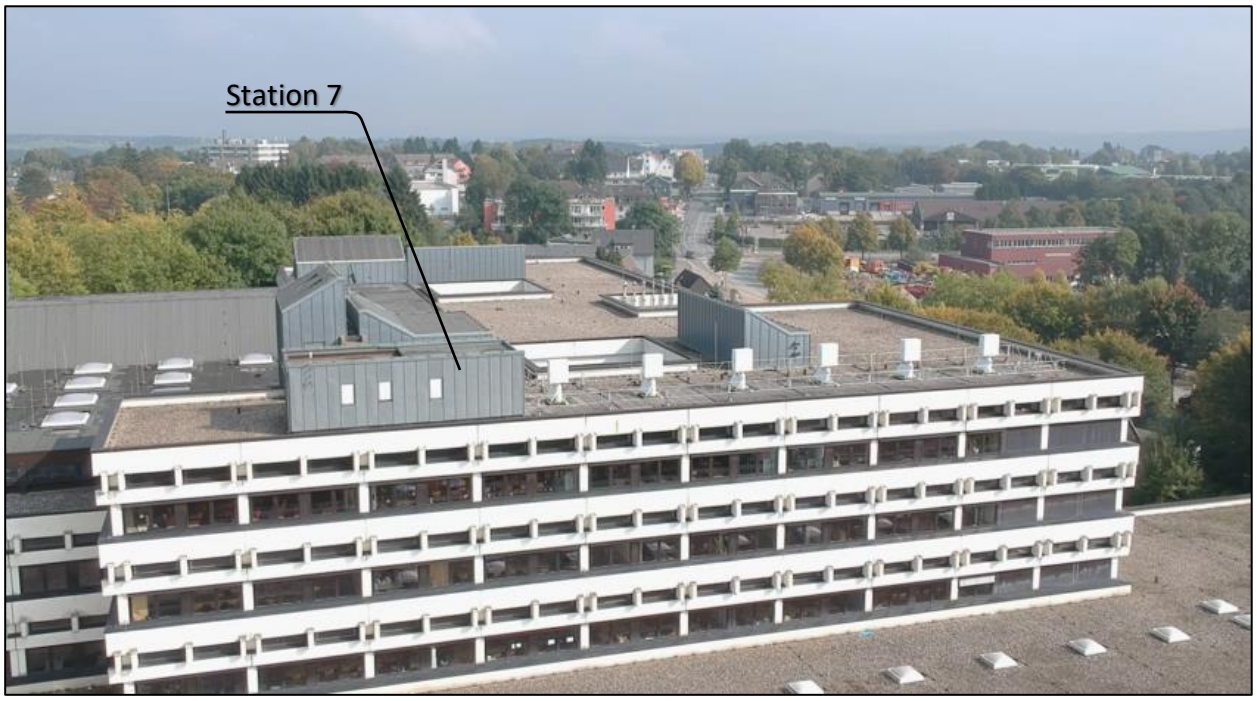


Abb. 2: Die Sternenwarte auf dem Dach des Carl-Fuhlrott-Gymnasiums

Bei dem CDK 20 in der Station 7 handelt es sich hierbei um ein Spiegel-Teleskop mit einer Öffnung von 20 Zoll, was einem Durchmesser von etwa 508 mm entspricht (Abb. 3).[6] Die Lichtsammelleistung des Teleskops liegt bei circa 5250 und signalisiert, dass sie 5250 so viel Licht wahrnehmen kann wie das menschliche Auge.[7] Die Brennweite von 3454 mm und das Öffnungsverhältnis f/6,8 ordnen das CDK 20 zu den schnellen Optiken ein. Für weit entfernte Deep-Sky-Objekte oder Sterne wie β Aur eignet es sich daher besonders gut, da durch die größere Sammelleistung die Belichtungsdauer kurz wird und man schärfere Bilder erhält.[8] Sowohl der elliptische Hauptspiegel mit einem Öffnungsverhältnis von f/3 und einem Durchmesser von 5200 mm, als auch der sphärische Fangspiegel mit 1905 mm Öffnung ist aus austemperiertem Pyrex gefertigt und qualitativ sehr hochwertig, besonders für eine Sternwarte, die von Amateurastronomen, wie uns Schülern, genutzt wird.

[6] http://www.baader-planetarium.de/planewave/planewave_htm/cdk-20.htm
[7] http://www.sternsucher.com/grundlagen/optik/77-oeffnung-und-aufloesungsvermoegen.html
[8] http://www.sternsucher.com/grundlagen/optik/80-oeffnungsverhaeltnis.html

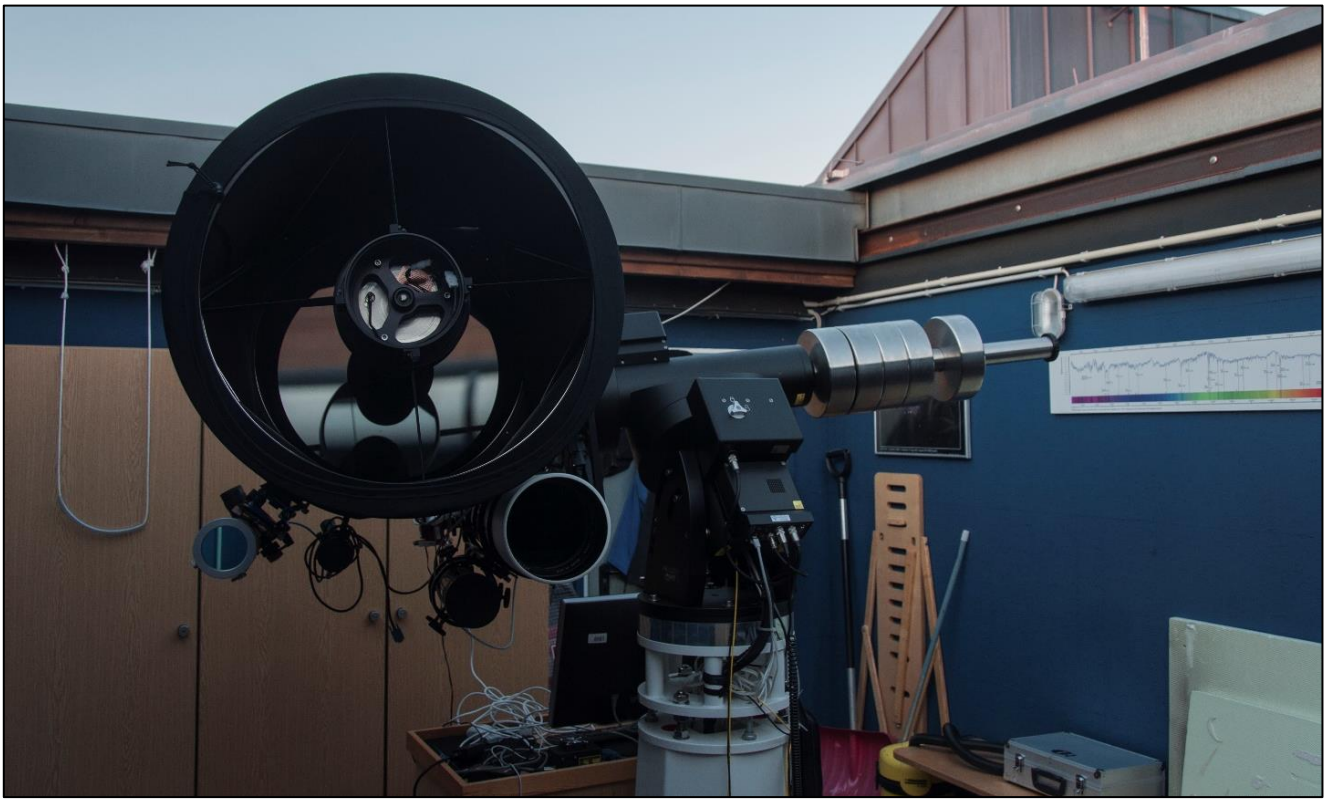


Abb. 3: Auf der Sternwarte am Carl-Fuhlrott-Gymnasium ist das CDK-20 fest auf der parallaktischen Montierung GM 4000 HPS II montiert.

Eine Optik allein reicht für erfolgreiche Beobachtungen jedoch noch nicht aus. Damit man Objekte präzise ansteuern und nachführen kann, wird eine gute Montierung benötigt, welche sowohl Stabilität für das schwere Teleskop bietet, als auch uneingeschränkte Schwenkmobilität gewährleistet, welche in unserem Falle die parallaktischen Montierung GM 4000 HPS II (**H**igh **P**recision and **S**peed) (Abb. 3).[9]

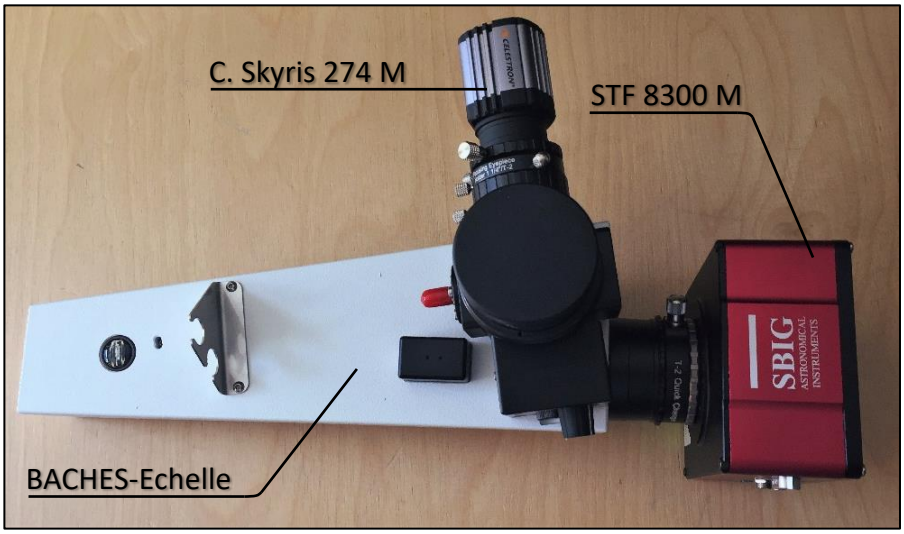


Abb. 4: Die Celestron Skyris und die SBIG Kamera installiert am BACHES-Echelle Spektrograf.

Um die hochwertige Qualität von Teleskop und Montierung angemessen nutzen zu können, wurde die Aufnahmekamera BIG STF 8300 M verwendet (Abb. 4).[10] Damit bei den Spektralaufnahmen überprüft werden konnte, ob der Stern nach wie vor an der richtigen Position stand, nutzten wir die Guiding Kamera Celestron Skyris 274 M (Abb. 4).[11]

[9] http://10micron.de/products/gm-4000-hps/gm-4000-hps-montierung-1454010/
[10] http://www.sbig.de/stf-8300/stf-8300.htm
[11] http://www.baader-planetarium.de/skyris/

Das eigentliche Kernstück der Arbeit ist die Aufnahme der Spektren. Diese wurden mit dem hochauflösenden BACHES-Echelle Spektrografen aufgenommen (Abb. 4). Durch ein Sprossengitter, auch genannt Echelle-Gitter, wird das eintreffende Licht in seine Wellenlängen zerlegt und auf ein zweites Gitter reflektiert. Da die einzelnen Sprossen im Größenbereich der Wellenlänge des sichtbaren Lichtes liegen, sind sie vergleichbar mit vielen Einzelspalten, sogenannte Ordnungen, für die Wellenlängen im Bereich von 392 nm bis 800 nm. Für diesen Bereich wird durch das zweite Gitter ein durchgehendes Spektrum erzeugt, welches in Abschnitten übereinander geordnet ist (Abb. 5).[12] Daraus folgt eine vielfach größere Auflösung des Gitters, notwendig für unsere Messungen.

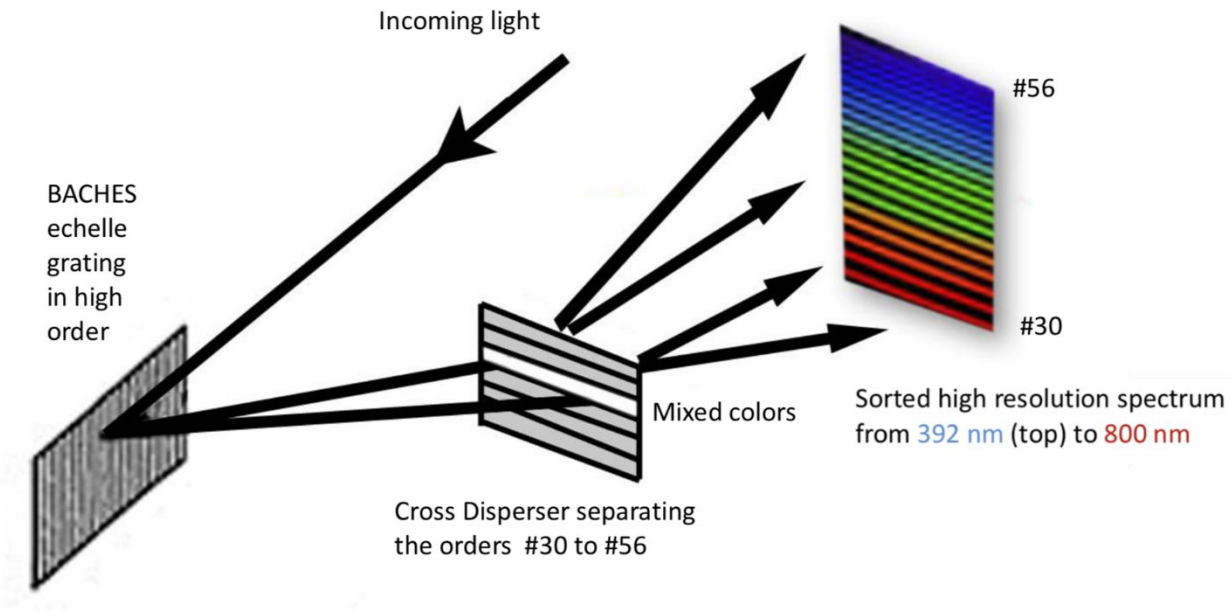


Abb. 5: Zustandekommen der Ordnungen im BACHES-Echelle Spektrograf

[12] http://www.baader-planetarium.de/baches/

4. Durchführung

4.1. Ablauf des Experiments

Das Ziel unseres Projektes war die Bestimmung möglichst vieler Bahnparameter des Doppelsterns β Aur. Um eine erfolgreiche und vor allem eine auf eigenen Daten basierende Auswertung zu erreichen, werden viele Datensätze benötigt. Ein Datensatz besteht aus drei verschiedenen Messungen:

1) Erzeugung eines kontinuierlichen Flatfield Spektrums mit Hilfe einer Halogenlampe. Das Flatfield Spektrum dient zur Ordnungserkennung des Sternspektrums sowie zur Entfernung von eventuell vorhandenen Staubpartikeln.
2) Erstellung eines Referenzspektrums der Thorium-Argon-Lampe, mit dem Sternspektrum die Wellenlängen für jeden Pixel zugeordnet werden.
3) Aufnahme eines Spektrums von β Aur, dass nach der Kalibrierung mit dem Flatfield und Thorium-Argon-Spektrum ausgewertet wird.

Die Aufnahme dieser Spektren geschieht an dem CDK-20, an dem der BACHES-Echelle Spektrograf angeschlossen ist. Über ein Faserkabel ist der Spektrograf an die Remote Calibration Unit angeschlossen, welche manuell zuschaltbar ist. Anschließend werden die Spektren mit der Astrosoftware *MaxIm DL*[13] unter passenden Belichtungszeiten aufgenommen. Zuerst erfolgt die Aufnahme der Flatfield Spektren, danach folgen die Referenzspektren. Zuletzt werden die Spektren des Doppelsterns erfasst.
Nach der Aufnahme der Datensätze müssen diese auf die Kalibrierung vorbereitet werden. Die Vergleichsspektren werden passend zugeschnitten und mit einem Median-Filter bearbeitet. Zusammen mit den Sternspektren werden sie in der Linux Software *MIDAS*[14] kalibriert. Anschließend sind die Spektren bereit für die Auswertung. Dafür wird eine Excel-Tabelle angelegt, in der alle Daten festgehalten werden. Die Auswertung erfolgt anschließend über *Visual Spec* und die Berechnung der Parameter gelingt mit dem *Spectroscopic Binary Solver*[15].

[13] http://diffractionlimited.com/product/maxim-dl/
[14] http://www.baader-planetarium.com/de/software/mibas-midas-iraf-baader-astronomy-suite.html
[15] www.vub.ac.be/STER/JAD/JAD10/jad10_3/jad10_3.pdf

4.2. Aufnahme der Spektren

Als erstes musste β Aur angesteuert und zentriert werden. Dafür haben wir mit dem Live-View der Guiding Kamera Celestron Skyris 274 M, die am BACHES-Echelle Spektrograf angeschlossen war, den Doppelstern in die Mitte der Kamera positioniert, so dass er sich auf dem 25 Mikrometer breiten Spalt des Spektrografen befand. Dank der genauen Nachführung des Teleskops musste kein manuelles Guiding durchgeführt werden. Im nächsten Schritt haben wir die Zeit über das Programm *Dimension 4*[16] mit einem Zeitserver synchronisiert.

Nachdem alle Voraussetzungen gegeben waren, wurden mit der Software *MaxIm DL* mehrere Flatfield Spektren mit einer Belichtungszeit von 4 Sekunden aufgenommen. Danach wurden mehrere Referenzspektren 60 Sekunden lang belichtet, woraufhin erfolgte die Belichtung des Doppelsterns β Aur üblicherweise mit einer Dauer von 300 Sekunden (Abb. 6). Zuletzt wurde erneut eine Serie von Thorium-Argon-Spektren erzeugt, um sicherzustellen, dass sich der Spektrograf im Verlauf der Beobachtung nicht verschoben hatte. Nach einer ersten Qualitätsüberprüfung wurden die Datensätze geordnet und auf unserem Astroserver gespeichert, um sie später auf die anschließende Kalibrierung vorzubereiten. Insgesamt lagen uns zur Auswertung Datensätze von sieben Tagen vor.

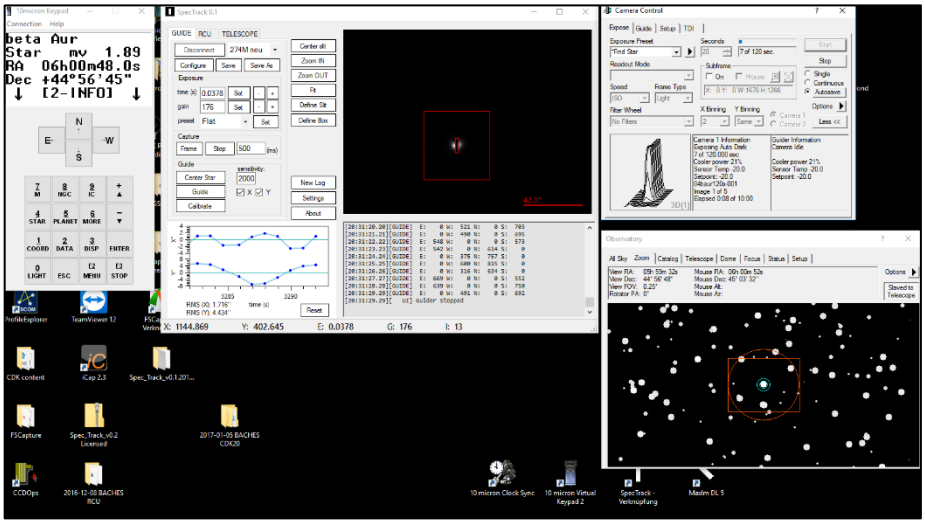


Abb. 6: Links: Steuerpult der Montierung; Mitte: Guiding und Live View; Rechts oben: Aufnahme der Spektren; Rechts unten; Position des

Um anschließend auf die Kalibrierung der Sternspektren überzugehen mussten alle Spektren auf die Kalibrierung vorbereitet werden, dies geschah mit *MaxIm DL*. Die Flatfield-Spektren sowie die Thorium-Argon-Spektren sind mit einem Median-Filter behandelt wurden, um sogenannte Hotpixel – falsche Informationen – herauszufiltern. Dafür wurden alle Spektren, die zueinander gehören, gestackt und mit Hilfe eines Median Filters zu einem neuen Bild addiert. Bei den Aufnahmen von β Aur ist dieser Filter allerdings nicht anzuwenden, da sonst Gefahr bestand Messungen zu verfälschen. Da des Weiteren die verwendete Kamera ein breites Aufnahmefeld besitzt, bilden die Spektren einen zu großen Bereich der Spektren ab. Um Komplikationen mit der Kalibrierungssoftware zu verhindern, haben wir uns entschlossen alle Spektren passend zuzuschneiden. Eine Überprüfung der Lage der Thorium-Argon- und Flatfield-Spektren ergab bei manchen Datensätzen zwar minimale Abweichungen in y-Richtung, jedoch keine relevanten Unterschiede in x-Richtung, welche zu einer Verfälschung der Wellenlängen geführt hätten.

[16] http://www.thinkman.com/dimension4/

4.3. Kalibrierung der Spektren

Im nächsten Schritt müssen die aufgenommenen Rohspektren kalibriert werden, um sie anschließend überhaupt auswerten zu können. Darunter versteht man, dass den Pixeln jeder Ordnung Wellenlänge in Angström zugeordnet werden muss. Allerdings wird das Spektrum nicht an einem Stück abgebildet, sondern übereinander, in den besagten Ordnungen, weswegen wir *MIDAS,* eine speziell auf den BACHES-Echelle Spektrografen zugeschnittene Software, benutzt haben.
Das Kalibrieren in MIDAS geschah per Befehl Eingabe im Terminal von Linux. Nach dem Startvorgang von MIDAS werden per Befehl alle Ressourcen geladen. Zuerst kalibriert man die beiden Referenz-Spektren. Am Flatfield-Spektrum kann die Software erkennen wo sich die Ordnungen befinden und überträgt diese anschließend sowohl auf das Thorium-Argon-Spektrum als auch auf das Doppelstern-Spektrum (Abb. 7). Das funktioniert, da alle Spektren mit derselben Kamera aufgenommen werden, und somit alle Aufnahme im gleichen Format und der gleichen Ausrichtung aufgenommen wurden, daher darf auch keine größere Verschiebung der Spektren passiert sein. Im Thorium-Argon-Spektrum sind viele Emissionslinien mit bekannten Wellenlängen vorhanden, damit die Software folglich nun diese Emissionslinien auch mit Wellenlängen versehen kann, müssen vier Kennlinien markiert werden. Dann muss noch angegeben werden, in welcher Ordnung sich die erste Emissionslinie befindet (Ordnung 33) sowie die Wellenlänge der ersten (6662.268 Å) und der dritten (4609.6 Å), die Software ordnet dann den restlichen erkannten Emissionslinien die passenden Wellenlängen zu. Im nächsten Schritten werden die errechneten Wellenlängen auf das Sternspektrum übertragen.

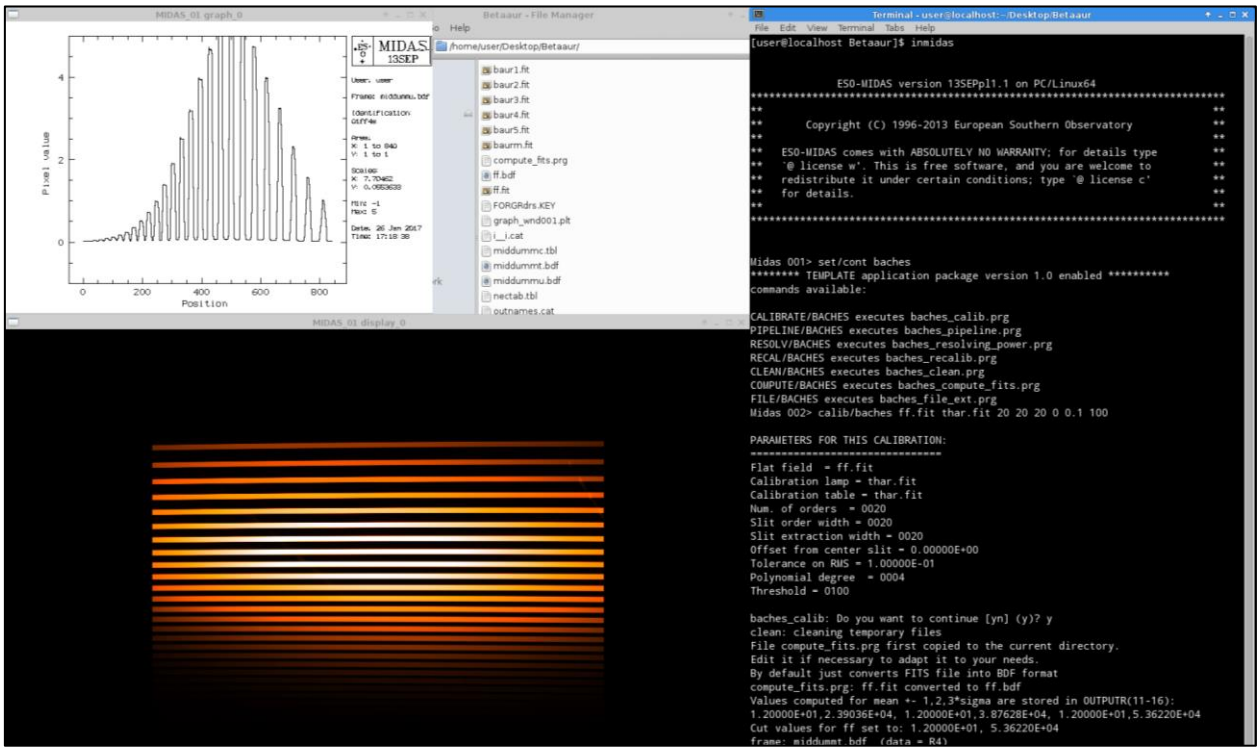


Abb. 7: MIDAS - links: Im Flatfield werden die Ordnungen markiert; rechts: Terminal mit Befehl Eingaben

Nach Abschluss der Berechnung wurde eine Übersicht der Kalibration erstellt, die ein direktes Indiz dafür war, welche Qualität die spätere Auswertung dieses Datensatzes liefern würde.

```
COMPUTE DISPERSION COEFFICIENTS
-------------------------------
INPUT TABLE : line.tbl
POLYNOMIAL DEGREE :   4
SEQ.NO  SPECTRAL  NO.LINES  WL START    WL END  STD. DEV.
         ORDER                                 ANGSTROEM
------  --------  --------  --------    ------  ---------
     1        52        18   4226.90   4364.59    0.00582 *FROM 2D SOLUTION*
     2        51        20   4309.67   4450.10    0.00512 *FROM 2D SOLUTION*
     3        50        22   4395.75   4539.02    0.00600 *FROM 2D SOLUTION*
     4        49        11   4485.35   4631.56    0.00558 *FROM 2D SOLUTION*
     5        48        20   4578.68   4727.96    0.00439 *FROM 2D SOLUTION*
     6        47        28   4675.99   4828.46    0.00443 *FROM 2D SOLUTION*
     7        46        27   4777.54   4933.32    0.00481 *FROM 2D SOLUTION*
     8        45        19   4883.60   5042.84    0.00340 *FROM 2D SOLUTION*
     9        44        23   4994.48   5157.33    0.00558 *FROM 2D SOLUTION*
    10        43        33   5110.51   5277.14    0.00490 *FROM 2D SOLUTION*
    11        42        26   5232.07   5402.65    0.00453 *FROM 2D SOLUTION*
    12        41        26   5359.56   5534.28    0.00485 *FROM 2D SOLUTION*
    13        40        29   5493.42   5672.49    0.00320 *FROM 2D SOLUTION*
    14        39        34   5634.14   5817.77    0.00369 *FROM 2D SOLUTION*
    15        38        38   5782.26   5970.70    0.00428 *FROM 2D SOLUTION*
    16        37        41   5938.38   6131.88    0.00420 *FROM 2D SOLUTION*
    17        36        36   6103.16   6302.01    0.00474 *FROM 2D SOLUTION*
    18        35        24   6277.35   6481.85    0.00589 *FROM 2D SOLUTION*
    19        34        23   6461.77   6672.26    0.00525 *FROM 2D SOLUTION*
    20        33        19   6657.36   6874.19    0.00596 *FROM 2D SOLUTION*
-------------------------------------------------------------
                                        MEAN RMS:   0.00483
** TOTAL NUMBER OF LINES :     517 **
*************************  Verification  ***********************************

1) Minimum number of selections per order : 6
   If the number of selections in any order (column NO.LINES above)
   is less or equal than the minimum, this order should be checked.

2) Percentage of identifications among the half brighter lines : 57 %
   This percentage must be as high as possible (above 50%). Low values
   indicate an uncertain calibration.
```

Abb. 8: Ausgabe des Terminals/Auswertung der Kalibrierung

In der Regel war es uns möglich den Spektren mit einer Abweichung von weniger als 0,01 Angström zu bestimmen (Abb. 8). Am wichtigsten war für uns die Anzahl der gefundenen Spektrallinien in der 34. Ordnung, da sich in ihr die Hα-Linie befindet, die später für die Auswertung und Bestimmung der Bahnparameter genutzt wurde. Die Anzahl betrug hier 23 gefunden, was in allen Fällen mehr als genug war. *MIDAS* erzeugte automatisch die kalibrierten Spektren jeder einzelnen Ordnung im .fits Format. Zudem erstellte es einen neuen Ordner *plots*, in dem die kalibrierten Ordnungen in .png und .pdf Format abgespeichert wurden, so dass man sich das Ergebnis direkt anschauen konnte. Diesen Prozess haben wir für alle Datensätze der Spektren von β Aur wiederholt. Die Daten wurden anschließend wieder auf den Astroserver übertragen und waren somit bereit für die Auswertung.

4.4. Auswertung der Datensätze

Für die Auswertung wurde zuerst eine Excel-Tabelle angelegt, in der wir alle Daten gesammelt haben. Wir hatten dabei insgesamt 49 einzelne Doppelsternspektren von sieben unterschiedlichen Tagen gelistet. Diese wurden namentlich, mit dem Aufnahmedatum und der koordinierten Weltzeit (UTC), der Belichtungsdauer und der Mitte der Aufnahme in der Tabelle festgehalten. Die Werte ließen sich über den Header der Dateien in *MaxIm DL* ablesen und übertragen.
Des Weiteren wird das Heliozentrische Julianische Datum (HJD) sowie die Geschwindigkeitskorrektur, genannt Heliozentrische Korrektur, benötigt. Das Heliozentrische Julianische Datum wird von Astronomen als Referenzuhrzeit benutzt. Sie gibt die Zeit in Tagen an, die seit dem 1. Januar 4712 v. Chr. um 12:00 Uhr vergangen ist.[17] Sie bezieht sich dabei auf die Sonne, da sie der Mittelpunkt unserer Kreisbahn ist.
Je nachdem, an welchem Punkt man sich auf der Erdumlaufbahn befindet, misst man unterschiedliche Radialgeschwindigkeiten. So ist die relative Geschwindigkeit zwischen der Erde und β Aur geringer, wenn wir uns auf der einen Hälfte der Umlaufbahn befinden und höher, wenn wir uns auf der gegenüberliegenden Kreishälfte bewegen. Um diesem Effekt entgegenzuwirken ist eine Heliozentrische Korrektur von Nöten. Mit ihr lassen sich die Radialgeschwindigkeiten der beiden Doppelsterne so bestimmen, als würden wir von der Sonne aus messen.
Um diese beiden Komponenten zu bestimmen, haben wir uns das Programm namens *HRV MM 2*[18] zu Hilfe gezogen. Hier wurden die vorher festgehaltenen Aufnahmedaten in das Programm eingegeben, sowie die Koordinaten des Teleskops (7° 8‘ 37‘‘ O, 51° 13‘ 48‘‘ N) und die Koordinaten von β Aur am Himmel (R.: 05h 59m 31,72293s; D.: + 44° 56’ 50,7573). [19] Als Ausgabe haben wir sowohl das Heliozentrische Julianische Datum sowie die Geschwindigkeitskorrektur erhalten und diese in unsere Tabelle übertragen (Abb. 9).

	A	B	C	D	E	F	G
12	Datensätze	Datum UTC	Aufnahme Beginn	Belichtungs Dauer	Mitte d. Aufnahme	HJD	Helio Korrektur
13		2017-12-29					
14	40betaAur300s.fit	2016-12-31	19:35:43	00:05:00	19:38:13	2457754.32349	-4.975
15	41betaAur300s.fit	2016-12-31	19:40:50	00:05:00	19:43:20	2457754.32704	-4.980
16	42betaAur300s.fit	2016-12-31	19:45:57	00:05:00	19:48:27	2457754.33060	-4.985
17	43betaAur300s.fit	2016-12-31	19:51:18	00:05:00	19:53:48	2457754.33431	-4.990
18	01betaAur120s.fit	2017-01-05	20:13:38	00:02:00	20:14:38	2457759.34867	-7.431
19	02betaAur120s-001.fit	2017-01-05	20:19:53	00:02:00	20:20:53	2457759.35301	-7.437
20	02betaAur120s-002.fit	2017-01-05	20:25:09	00:02:00	20:26:09	2457759.35667	-7.443
21	02betaAur120s-003.fit	2017-01-05	20:27:10	00:02:00	20:28:10	2457759.35807	-7.445
22	02betaAur120s-004.fit	2017-01-05	20:29:12	00:02:00	20:30:12	2457759.35948	-7.448
23	02betaAur120s-005.fit	2017-01-05	20:31:14	00:02:00	20:32:14	2457759.36089	-7.450
24	02betaAur120s-006.fit	2017-01-05	20:33:16	00:02:00	20:34:16	2457759.36230	-7.452
25	01betaaur300s-0001.fit	2017-01-06	18:15:50	00:05:00	18:18:20	2457760.26788	-7.798
26	01betaaur300s-0002.fit	2017-01-06	18:20:53	00:05:00	18:23:23	2457760.27139	-7.802
27	01betaaur300s-0003.fit	2017-01-06	18:25:56	00:05:00	18:28:26	2457760.27490	-7.806

Tabelle-Originaldaten | Tabelle-Werte | Tabelle-Sortiert | Aufnahmenblatt Beta Aurigae | SBS | Nebenrechnungen

Abb. 9: Auszug aus der Excel-Tabelle

[17] https://de.wikipedia.org/wiki/Julianisches_Datum
[18] https://astro.buecke.de/software.html
[19] https://en.wikipedia.org/wiki/Beta_Aurigae

Nachdem wir alle Spektren und deren julianisches Datum sowie die erforderliche Korrektur erfasst hatten, konnten wir uns schließlich mit der Bestimmung der Radialgeschwindigkeit auseinandersetzen. Bedingt durch den Doppler-Effekt verschieben sich die Spektrallinien der beiden Sterne, je nachdem wie sie sich relativ zu uns bewegen. Dadurch, dass es sich um zwei Sterne handelt, gibt es auch zwei Spektrallinien, da jeder Stern sein eigenes Spektrum ausstrahlt und wir beide Spektren einfangen. In Abhängigkeit von der Position der Sterne in ihrem System verschieben sich die Spektrallinien unterschiedlich stark. Bewegt sich ein Stern direkt auf uns zu, steht der andere demnach so, dass er sich genau von uns wegbewegt, d.h., die gemessene Verschiebung der Spektrallinien ist an diesem Punkt am höchsten. Wenn beide Sterne sich exakt senkrecht zu unserem Blickwinkel bewegen; dann besitzt keiner der beiden Sterne eine Geschwindigkeitskomponente in unsere Richtung. Die Spektrallinien liegen hier dann also genau aufeinander, was bedeutet, es existiert nur eine sichtbare Spektrallinie im Sternspektrum (Abb. 10). Alle Fälle dazwischen sind auf Grund der der periodischen Bewegung als eine Radialkurve darstellbar, die im Falle einer Kreisbahn der Umlaufbahn zur Sinus-Kurve übergeht.

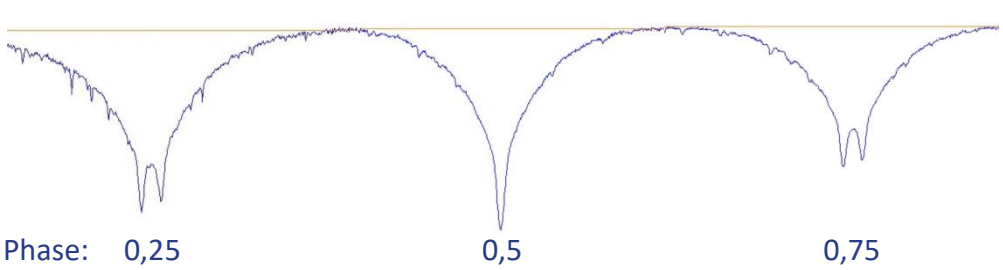


Abb. 10: Peaks verändern ihre Position im Laufe einer Phase.

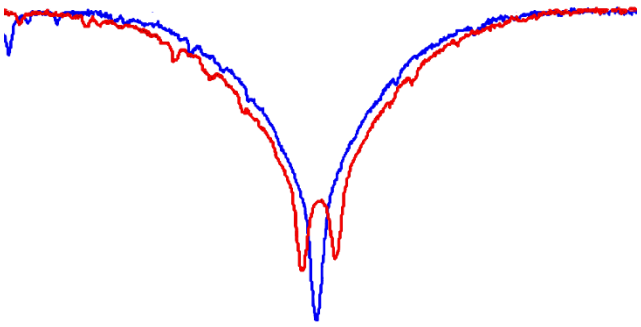


Abb. 11: Blau: Spektrum in Ruhelage; Rot: Verschobenes Sternspektrum

Dabei ist allerdings immer eine Verschiebung zur tatsächlichen Lage einer Spektrallinie aufzufinden, da sich das Doppelsternsystem relativ zu uns bewegt. Es liegt also eine generelle Blau- oder Rotverschiebung vor (Abb. 11). Um nun die Radialgeschwindigkeit auszurechnen, muss man sich die Lage der Hα-Linien zur Ruhelage dieser Spektrallinien anschauen. Dafür wurden zuerst die Lagen der Peaks bestimmt, welches hauptsächlich in *Visual Spec* geschah (Abb. 12). Untersucht haben wir dabei die Hα-Linie, da sie durch ihren enormen Absatz der Intensität sehr gut erkennbar ist.

Die Lage der Peaks wurde auf drei unterschiedliche Methoden bestimmt, aus welchen dann ein Durchschnitt gebildet wurde. Zum einen wurde der absolute Tiefpunkt der Peaks gewählt, zum anderen wurde die Lage nach eignem Ermessen abgeschätzt, da manchmal die vermutete tatsächliche Lage des Peaks etwas neben dem Intensitätsminimum lag. Außerdem wurde ein Gaußfit durchgeführt und dann das Minimum dieser Kurve als tatsächliche Lage angeben. Hierbei legt der Computer eine Glockenkurve in den Peak. In der Regel liefert diese Methode die genauesten Werte des Minimums; ob es sich bei einem so breiten Peak um die tatsächliche Lage handelt, bleibt in der Regel jedoch unklar.

Alle drei Methoden wurden je für beide Peaks durchgeführt, was bei der Menge an Datensätzen die meiste Zeit beansprucht hat. Außerdem wurde stichwortartig festgehalten, wie eindeutig die Verschiebung zu erkennen war, da bei einigen Messungen die Peaks sehr nahe beieinanderstanden, ~~d. h. die Sterne haben sich senkrecht relativ zu uns bewegt~~. Die Gefahr einer Ungenauigkeit ist hier dabei am größten, da sich die Peaks dann überlappen. Der Durchschnitt wurde dann mit Hilfe der Excel Formeln aus der Summe der drei Messungen, welche anschließend durch drei geteilt wurde, berechnet. Bei manchen Spektren war kein Gaußfit möglich, da die Peaks zu nah beieinanderlagen. Der Wert wurde folglich nur durch zwei geteilt.

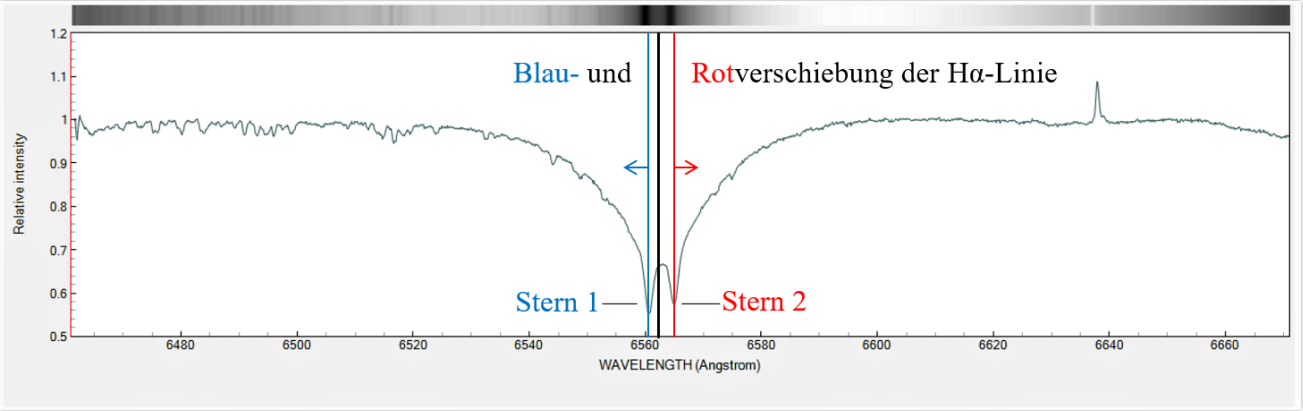


Abb. 12: Veranschaulichung der Rot- und Blauverschiebung

Der errechnete Durchschnitt wurde dann von der tatsächlichen Wellenlänge von Hα (6562,852 Å) subtrahiert, so dass wir Δλ erhalten haben. Aus dem Wellenlängenunterschied konnten wir nun über den Doppler-Effekt und der daraus resultierenden Formel $\frac{\Delta\lambda}{\lambda s} \cdot c$ die Radialgeschwindigkeit berechnen (c ist gleich der Lichtgeschwindigkeit mit einem Wert von ca. 299792.8km/s und λs ist gleich der Wellenlänge von Hα). Darauf mussten wir lediglich noch die Korrektur addieren, so dass wir unsere gewünschte Heliozentrische Radialgeschwindigkeit bestimmen konnten.

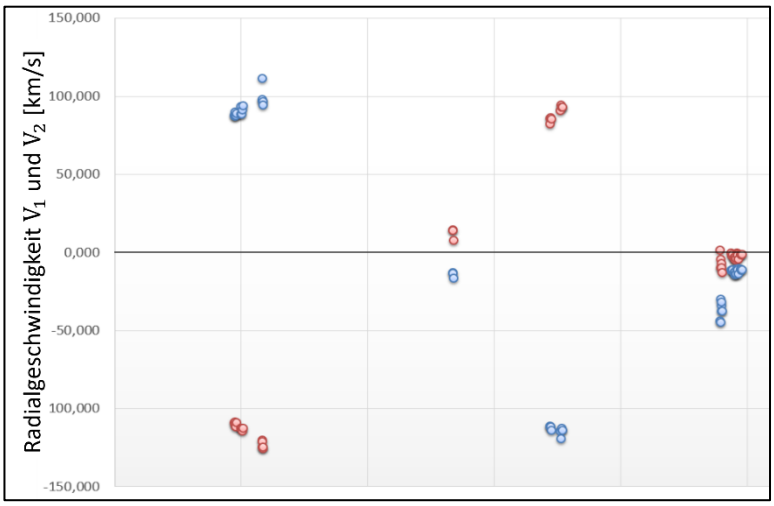


Abb. 13: ~~Plotten unserer Messpunkte in einem Punkt-diagramm~~

Um nun die berechneten Radialgeschwindigkeiten zu überprüfen, haben wir zusätzlich noch die Phase der einzelnen Daten berechnet. Dieser betrug ca. 3,69 Tage.[20] Das Heliozentrische Julianische Datum haben wir durch diese Periode geteilt. Wir ließen uns nur die Nachkommastellen anzeigen, da eine komplette Phase nur den Wert von 0 bis 1 hat. Die Phase sowie die beiden Heliozentrischen Radialgeschwindigkeiten haben wir dann in Excel geplottet (Abb. 13).

[20] http://iopscience.iop.org/article/10.1088/0004-6256/142/1/6/meta;jsessionid=79D381D11B7D0C95577E38EDFE7B67FF.c2.iopscience.cld.iop.org#aj389856s3

Dabei ist uns aufgefallen, dass man keine ~~Radialkurve~~ durch die Messpunkte legen konnte, da die erste rote Datenwolke mit der blauen vertauscht war. Nach einer ausführlichen Diskussion sind wir zu dem Entschluss gekommen, dass wir lediglich die Datenwolken vor oder nach der Phase 0,5 tauschen mussten, da wir konsequent jeweils nur den linken bzw. rechten Peak gemessen hatten, obwohl die Peaks nach der Überlappung „ihre Plätze getauscht“ haben. In einem neuen Tabellenblatt wurde daher die komplette Tabelle übernommen, nur haben wir hier die Heliozentrische Radialgeschwindigkeit mit der Phase vor 0,5 vertauscht, um das Tauschen der Peaks zu berücksichtigen. Neues Plotten zeigte, dass die Tabelle ausgewertet werden konnte.

Die Auswertung erfolgte mit Hilfe des *Spectroscopic Binary Solver* (SBS). Mit dieser Software lassen sich nach eigenem Ermessen zwei Sinus-Kurven so durch die Messpunkte legen, dass man aus ihnen alle für uns wichtigen Bahnparameter bestimmen kann. Die Messpunkte sind dabei die Heliozentrische Radialgeschwindigkeiten. Um diese Messpunkte in das Programm einspeisen zu können, wird eine Textdatei benötigt (Abb. 14). In dieser müssen für jeden Datensatz das Datum (in unserem Fall das HJD) und die gemessene Radialgeschwindigkeit stehen – beide in einer Zeile, getrennt durch einen Tabstopp oder einem Leerschritt. Optional ist das Hinzufügen von Fehlergrenzen für jeweilige Messpunkte, die wir hier allerdings nicht aufgestellt haben. Zuerst folgt der erste Stern mit den Radialgeschwindigkeiten aus unserer Tabelle für den linken Peak, dann folgt der zweite Stern mit den Geschwindigkeiten des rechten Peaks. Dabei musste der zweite Block eine Zeile mit *STAR 2* besitzen, damit nicht alle Datensätze auf einen Stern bezogen würden.

1	54,323	-111.232	25	70,241	-112.559	55	STAR2		79	70,238	93.271
2	54,327	-111.007	26	70,245	-113.899	56	54,323	86.320	80	70,241	93.500
3	54,331	-111.254	27	72,322	97.483	57	54,327	82.571	81	70,245	93.477
4	54,334	-113.761	28	*72,324	111.610	58	54,331	86.404	82	72,322	-124.643
5	*59,349	-43.508	29	72,325	98.034	59	54,334	85.512	83	72,324	-120.102
6	*59,353	-44.636	30	72,327	96.782	60	*59,349	1.702	84	72,325	-121.086
7	*59,357	-29.747	31	72,328	94.504	61	*59,353	-4.238	85	72,327	-125.383
8	*59,358	-33.898	32	*75,261	-11.424	62	*59,357	-9.590	86	72,328	-124.524
9	*59,359	-37.232	33	*75,265	-10.693	63	*59,358	-9.592	87	*75,261	-0.270
10	*59,361	-31.295	34	*75,268	-10.698	64	*59,359	-6.626	88	*75,265	-1.869
11	*59,362	-37.236	35	*75,278	-12.861	65	*59,361	-9.597	89	*75,268	-1.135
12	60,268	88.035	36	*75,281	-12.391	66	*59,362	-12.568	90	*75,278	-3.286
13	60,271	87.559	37	*75,285	-13.873	67	60,268	-108.649	91	*75,281	-2.811
14	60,275	90.196	38	*75,288	-14.206	68	60,271	-108.308	92	*75,285	-4.288
15	60,278	87.717	39	*75,292	-13.442	69	60,275	-109.987	93	*75,288	-4.616
16	60,282	89.252	40	*75,295	-9.826	70	60,278	-111.396	94	*75,292	-3.847
17	60,308	89.030	41	*75,299	-10.105	71	60,282	-108.600	95	*75,295	-0.226
18	60,311	93.827	42	*75,302	-10.950	72	60,308	-112.531	96	*75,299	-0.500
19	60,315	88.768	43	75,306	-13.547	73	60,311	-112.250	97	*75,302	-1.340
20	60,318	91.509	44	*75,319	-10.472	74	60,315	-112.418	98	*75,306	-3.932
21	60,322	94.123	45	*75,323	-11.176	75	60,318	-113.946	99	*75,319	-0.835
22	70,231	-114.199	46	*75,326	-10.804	76	60,322	-112.491	100	75,323	-1.534
23	70,234	-119.264	47	*97,276	-12.845	77	70,231	91.237	101	*75,326	-1.156
24	70,238	-113.300	48	*97,28	-13.202	78	70,234	94.860	102	*97,276	14.696

Abb. 14: Einblick in die Textdatei. Mit * versehende Einträge sind abgewählte Messpunkte

Der SBS ermöglichte es viele Parameter zu verändern, zumal die Umlaufbahn eines Doppelsternsystems von vielen Faktoren abhängt. So lässt sich u. a. der Periastron-Winkel ω berechnen. Zudem lassen sich die Exzentrizität e und die K-Werte verändern; letztere sind die „Amplituden“ der Radialkurve und geben die höchsten Relativgeschwindigkeiten der beiden Sterne in Bezug auf uns an, je nachdem, ob sie sich am stärksten auf uns zu bewegen bzw. von uns weg. Zudem ist die Systemgeschwindigkeit γ variabel einstellbar. Sie gibt an, mit welcher Geschwindigkeit sich das Doppelsternsystem auf uns zu bzw. von uns wegbewegt. Die Periode und die Phasenverschiebung sind

ebenfalls variabel. Das Programm rechnet für alle Parameter einen Wert aus und gibt zudem ein RMS-Fehler (**R**oot **M**ean **S**quare) an. Da es bei einem Kurvenfitting mit eigenen Messwerten immer zu Abweichungen kommt, sind Kompromisse zu schließen und die Parameter nach eigenem Ermessen anzupassen, so war auch viel ausprobieren gefragt.

Fügt man die Textdatei ein und drückt auf das Feld *Period*, legt das Programm, wie bereits erwähnt, Radialkurven durch die Messpunkte. Zudem gibt SBS die Phase an und überträgt diese auf die x-Achse des Graphen. Wir haben für das erste Kurven-Fitting alle Messpunkte verwendet. Da uns bereits der Plot in der Excel-Tabelle gleichmäßig vorkam, d. h. der Abstand zwischen den K-Werten und den Schnittpunkten mit der x-Achse sehr regelmäßig war, haben wir zudem die Exzentrizität e = 0 angenommen. Die Parameter wurden vom Programm nun so gewählt, dass der RMS-Wert möglichst gering blieb (Abb. 15). Obwohl die Kurve nun besser gefittet war, gab es einige Ausreißer, die als Fehler angenommen wurden, da sie sich deutlich von den restlichen Werten abhoben und für uns als Messfehler anerkannt wurden und folglich entfernt wurden. Die Messpunkte in der Mitte wurden gleichermaßen entfernt, da Messwerte mit geringen K-Werten eine wahrscheinlichere Abweichung betragen, da das Messen an diesen Peaks sich als schwierig herausgestellt hat. Ein erneutes Einlesen und Lösen, wieder mit der Annahme e = 0, ergab bereits eine deutlich geringere Abweichung.

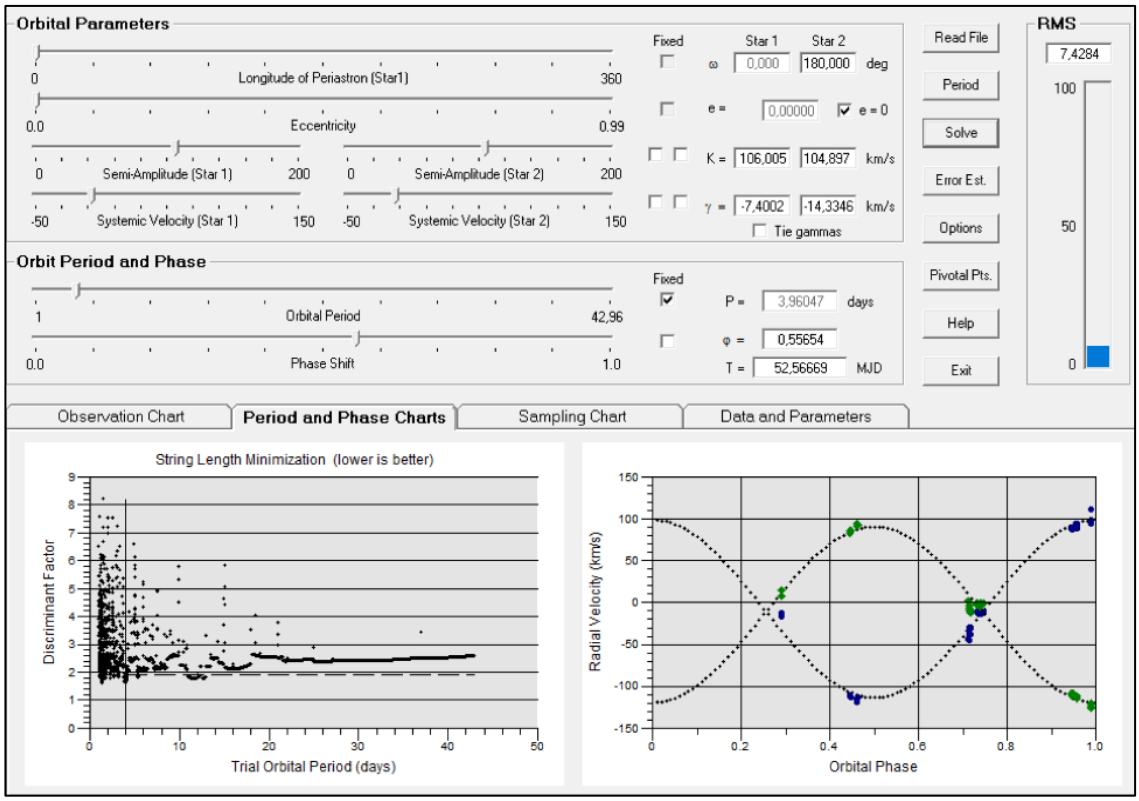


Abb. 15: Erste Periodenbestimmung mit allen Datensätzen

In den nächsten Schritten war viel Ausprobieren gefragt. So wurde noch einmal die Datenwolke bei der Phase 0,75 herausgenommen und vereinzelte abweichende Messpunkte ausgeklammert sowie Messwerte, die logisch und passend erschienen, erneut hinzugewählt.
Die Abweichung von unseren Messpunkten haben wir damit auf ein Minimum reduzieren können und haben nach weiterem feinjustieren die Parameter für unsere Auswertung übernommen (Abb. 16). Der RMS-Wert sank somit von ca. 26 auf nur 2,45. Die K-Werte sind im Vergleich zu vorher etwas angestiegen, aber deutlich näher aneinandergerückt, was ebenfalls für eine Kreisbahn spricht. Die Periode hatte sich dabei nicht nennenswert verändert. Zudem wurde probehalber die Exzentrizität vom Programm bestimmt, welches die Umlaufbahn ebenfalls als eine Kreisbahn ansah und somit war unser Schluss e = 0 zusetzen ebenfalls bestätigt.

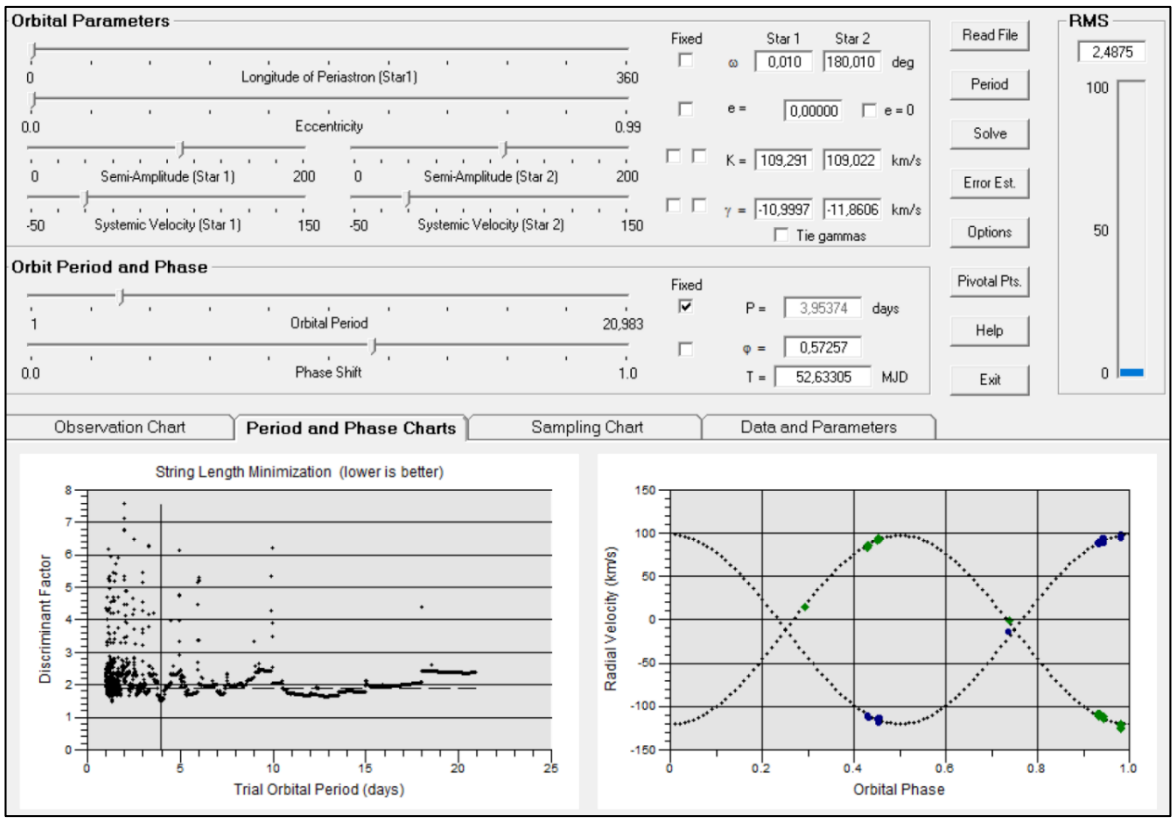


Abb. 16: Endgültige Paramtere der Auswertung

Damit war das Kurvenfitting abgeschlossen und wir haben die Parameter sowie die von SBS kalkulierten Fehlergrenzen übernommen:

i) Periastron ω = 0 (Durch e = 0)
ii) Exzentrizität e = 0 ±0,005
iii) K_1 = 109,3 ±0,72 km/s; K_2 = 109,0 ±0,73 km/s
iv) Systemgeschwindigkeit γ = -11,43 ±0,5 km/s
v) Periode P = 3,95 ±0,004 d
vi) Phasenverschiebung φ = 0,57°
vii) Ausgangszeit T = 52,633

5. Ergebnis

5.1. Darstellung der Ergebnisse

Die bisherigen Ergebnisse lassen sich wie folgt tabellarisch festhalten:

Parameter	Messungen
Periode P [d]	3,95 ±0,004
Periastron ω [°]	0
Exzentrizität e	0 ±0,005
Radialgeschw. K_1 [km/s]	109,3 ±0,72
Radialgeschw. K_2 [km/s]	109,0 ±0,73
Systemgeschw. γ [km/s]	-11,43 ±0,5

Nichtsdestotrotz mussten noch die Massen der einzelnen Sterne sowie deren Entfernung zueinander berechnet werden. Dafür wurden lediglich zwei Formeln benötigt, die sich aus der Umformung des Gravitationsgesetzes ergeben haben. In diesen Formeln konnten anschließend unsere erhaltenen Parameter eingesetzt werden.
Formel für die Massenbestimmung:

$$M_1 = \frac{T}{2\pi \cdot G \cdot \sin(i)} \cdot \frac{(K_1 + K_2)^3}{\frac{K_1}{K_2} + 1}$$

$$M_2 = \frac{T}{2\pi \cdot G \cdot \sin(i)} \cdot \frac{(K_1 + K_2)^3}{\frac{K_2}{K_1} + 1}$$

Werte:
T = 341603 s
K_1 = 109300 m/s
K_2 = 109000 m/s
i = 76° ±0,4°
G = 6,67· 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}

Dabei gibt *i* die Inklination an, also den Winkel zwischen dem Beobachter und dem beobachteten System. Dem Literaturwert entnimmt man i = 76° ±0,4°[21].
Als Ergebnis für die Massen der Sterne erhält man:

$$M_1 = 2{,}33 \pm 0{,}05\ M_\odot \qquad M_2 = 2{,}34 \pm 0{,}05\ M_\odot \qquad (M_\odot = 1{,}9891 \cdot 10^{30} Kg)$$

[21] https://en.wikipedia.org/wiki/Beta_Aurigae

Der Abstand *a* setzt sich zusammen aus den beiden Entfernungen der Sterne zum gemeinsamen Mittelpunkt (ihren Radien):

$$a = r_1 + r_2$$
$$r_1 = T \cdot \frac{K_1}{2\pi \cdot \sin i}$$
$$r_2 = T \cdot \frac{K_2}{2\pi \cdot \sin i}$$

Werte:
T = 341603 s
K_1 = 109300 m/s
K_2 = 109000 m/s
i = 76° ±0,4°

Als Ergebnis für die Abstände der Sterne zueinander erhält man:

$$a = r_1 + r_2 = 6.123.800{,}000\ \mathrm{km} + 6.108.750{,}000\ \mathrm{km} \ = \ 12.232.550 \pm 10^3\ \mathrm{km}$$

Folglich ergibt sich die vollständige Übersicht der Systemparameter und somit das Ergebnis:
Damit haben wir alle Systemparameter, die Massenverhältnisse sowie absoluten Massen, den Abstand zwischen den Sternen sowie die Radialgeschwindigkeiten des Doppelsternsystems β Aur selbstständig und nur durch eigene Messpunkte bestimmt, mit alleiniger Ausnahme der Inklination, welche sich allerdings nicht durch unser Verfahren bestimmen ließ.

Parameter	Messungen
Periode P [d]	3,95 ±0,004
Periastron ω [°]	0
Exzentrizität e	0 ±0,005
Radialgeschw. K_1 [km/s]	109,3 ±0,72
Radialgeschw. K_2 [km/s]	109,0 ±0,73
Systemgeschw. γ [km/s]	-11,43 ±0,5
Masse M_1 $[M_\odot]$	2,33 ±0,05
Masse M_2 $[M_\odot]$	2,34 ±0,05
Abstand a [km]	12.232.550,0 ±10^3

5.2. Diskussion

Unsere Ergebnisse lassen sich mit den anerkannten Messergebnissen von den Profiastronomen Smith, Pourbaix und Behr wie folgt vergleichen.[22]

Parameter	Smith (1948)	Pourbaix (2000)	Behr (2009)	Diese Arbeit (2018)
Periode P [d]	3,9600421 ±01,3·10^{-6}		Übernommen von Purbaix	3,95 ±0,004
Periastron ω [°]	0	139,043 ±360,0	--	0
Exzentrizität e	0	2,75266·10^{-6} ±0,007	0 angenommen	0 ±0,005
Radialgeschw. K_1 [km/s]	107,46 ±0,39	110,246 ±1	108,053 ±0,072	109,3 ±0,72
Radialgeschw. K_2 [km/s]	111,49 ±0,37	110,52 ±2,1	110,911 ±0,037	109,0 ±0,73
Systemgeschw. Γ [km/s]	-17,06 ±0,27	-15,736 ±0,62	-17,552 ±0,037	-11,43 ±0,5
Masse M_1 [$M_\odot$]	--	2,4 ±0,1	2,3885 ±0,0129	2,33 ±0,05
Masse M_2 [$M_\odot$]	--	2,44 ±0,073	2,3270 ±0,0126	2,34 ±0,05

Man sieht deutlich, dass es gelungen ist, eine auf eigene Messwerte basierende Auswertung für die Systemparameter für β Aur zu erreichen. Alle Astronomen scheinen sich der Periode einig zu sein und legen diese ziemlich genau auf 3,96 Tagen fest. Wir liegen dabei mit weniger als 10 Minuten unter der angenommenen Umlaufzeit, was bei fast vier Tagen eine Abweichung von weniger als 0,16 % bedeutet. Die Annahme einer Kreisbahn wird letztlich im Vergleich auch noch einmal bestätigt. Die Ergebnisse für die K-Werte liegen ebenfalls mit einer Abweichung von ±1,5 km/s sowohl zu den Werten von Pourbaix als auch von Behr. Zu Smiths Werten besitzen wir eine Abweichung von knappen ±2,5 km/s bezüglich der K-Werte. Lediglich die Systemgeschwindigkeit zeigt große Unterschiede zu allen anderen Vergleichswerten. Wir liegen mit fast 6 km/s etwas weiter unter den Literaturwerten. Dahingegen wurde die Masse im Vergleich zu Pourbaix unter 4,5 % genau bestimmt und im Vergleich zu Behr weisen unsere Ergebnisse sogar nur einen Unterschied von 2,5 % auf.

[22] http://iopscience.iop.org/article/10.1088/0004-6256/142/1/6

5.3. Zusammenfassung

Somit lässt sich sagen, dass unsere Arbeit ein sehr genaues Ergebnis geliefert hat, welche geringe Abweichungen zu den Literaturwerten aufweist, dafür jedoch ausschließlich auf eigenen Messpunkten beruht.
Trotz verschiedener äußerlicher Komplikationen bei den Messungen und nicht auszuschließenden Messfehlern haben sich die Ergebnisse nur minimal von denen der professionellen Astronomie unterschieden. Damit kann das Experiment als erfolgreich abgeschlossen angesehen werden. Nichtsdestotrotz sind mögliche Verbesserungs- und Erweiterungsideen für eine Erhöhung der Genauigkeit aufgekommen, die für zukünftige und ähnliche Projekte einen hohen Stellenwert besitzen können. Dazu gehört unter anderem die Messung der Verschiebung der Spektrallinien, beispielsweise anhand des Natrium Dubletts, welches ein genaueres Ablesen ermöglichen würde, sicherlich auch das Erstellen von mehr Messungen an mehr Tagen.
Ein weiterer Erfolg des Experiments war die Bestätigung der guten Qualität der benutzten Messinstrumente im Schülerlabor. Der BACHES-Echelle Spektrograf hat sich als ein sehr genaues Messinstrument erwiesen, welches durch die Kalibriersoftware MIDAS hervorragend ergänzt wurde. Gleichermaßen zeigte sich das CDK-20 Teleskop als ein sehr hochwertiges und zuverlässiges Instrument. Demzufolge sind auch in Zukunft weitere Projekte möglich, die eine ähnliche hohe Präzision haben wie die Analyse von β Aur.

6. Anhang

6.1. Literaturverzeichnis

1. Leistungskurs *Physik* bei StD Dipl. Physiker Michael Winkhaus
2. Projektkurs *Astronomie* bei Dipl. Physiker Bernd Koch
3. Wochenendkurs *Spektroskopie* bei Herrn Winkhaus und Herrn Koch
4. Stellar Astrophysics with a dispersed Fourier transform spectrograph. II. Orbits of double-lined spectroscopic binaries (Behr etc.): http://iopscience.iop.org/article/10.1088/0004-6256/142/1/6 (Letzter Zugriff: 17.März 2018)

6.2. Bildquellenverzeichnis

Titelseite:

Obere Abbildung: Helligkeitsverlauf der Hα-Linie (modifizierter Screenshot), Marius Bröcker

Untere Abbildung: Modell von β Aur, made with Universe Sandbox²: http://universesandbox.com/

Abb. 1: Bahnelemente und ihre Parameter, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:BahnelementeEllipse.svg (Farbwahl verändert durch Marius Bröcker, Letzter Zugriff 18. März 2018)

Abb. 2: Die Sternenwarte auf dem Dach des Carl-Fuhlrott-Gymnasiums, Foto: Bernd Koch

Abb. 3: Auf der Sternwarte am Carl-Fuhlrott-Gymnasium ist das CDK-20 fest auf der parallaktischen Montierung GM 4000 HPS II montiert, Foto: Marius Bröcker

Abb. 4: Die Celestron Skyris und die SBIG Kamera installiert am BACHES-Echelle Spektrograf, Foto: Marius Bröcker

Abb. 5: Abb. 17: Zustandekommen der Ordnungen im BACHES-Echelle Spektrograf, http://-www.baader-planetarium.de/

Abb. 6: Links: Steuerpult der Montierung; Mitte: Guiding und Live View; Rechts oben: Aufnahme der Spektren; Rechts unten; Position des Sterns, Marius Bröcker (Screenshot)

Abb. 7: MIDAS - links: Im Flatfield werden die Ordnungen markiert; rechts: Terminal mit Befehl Eingaben, Marius Bröcker (Screenshot)

Abb. 8: Ausgabe des Terminals/Auswertung der Kalibrierung, Marius Bröcker (Screenshot)

Abb. 9: Auszug aus der Excel-Tabelle, Marius Bröcker (Screenshot)

Abb. 10: Peaks verändern ihre Position im Laufe einer Phase, Marius Bröcker (Screenshot)

Abb. 11: Blau: Spektrum in Ruhelage; Rot: Verschobenes Sternspektrum, Marius Bröcker (Screenshot)

Abb. 12: Veranschaulichung der Rot- und Blauverschiebung, Marius Bröcker (Screenshot)

Abb. 13: Plotten unserer Messpunkte in einem Punktdiagramm, Marius Bröcker (Screenshot)

Abb. 14: Einblick in die Textdatei. Mit * versehende Einträge sind abgewählte Messpunkte, Marius Bröcker (Screenshot)

Abb. 15: Erste Periodenbestimmung mit allen Datensätzen, Marius Bröcker (Screenshot)

Abb. 16: Endgültige Paramtere der Auswertung, Marius Bröcker (Screenshot)

6.3. Danksagung

Die Durchführung unseres Projektes wäre niemals möglich gewesen, wenn wir nicht die Unterstützung von verschiedenen Seiten gehabt hätten.
Zunächst wollen wir Herrn Koch, als Leiter unseres Projektkurses, für die Begleitung unserer damaligen Projektarbeit in Praxis und Theorie danken. Er hat sich immer wieder die Zeit genommen, uns bei jeglichen Fragen und Problemen in der Auseinandersetzung mit unserem Thema zur Seite zu stehen und damit für andauernde Bewegung und Fortschritt gesorgt.
Weiterhin gilt unser Dank Herrn Winkhaus, der uns sowohl im Leistungskurs als auch im Wochenendkurs Spektroskopie viele theoretische Grundlagen mit auf den Weg gegeben hat, die wir in unsere Arbeit einfließen lassen konnten. Zusammen mit Herrn Koch hat er es ermöglicht, dass uns technische Geräte zur Verfügung stehen, die selbst für größere Astronomie Stationen keine Selbstverständlichkeit sind, und mit denen wir bereits als Anfänger forschen konnten.
Nicht zuletzt möchten wir unseren Eltern und Freunden danken, dass sie sich die Zeit genommen haben Korrektur zu lesen und Ideen geäußert haben, die dieses Projekt geformt und mitentwickelt haben.

6.4. Abschlusserklärung

Hiermit versichern wir, dass wir diese Arbeit selbstständig angefertigt, keine anderen als die von uns angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt und die Stellen der Facharbeit, die im Wortlaut oder dem Inhalt nach aus anderen Werken entnommen wurden, in jedem einzelnen Fall mit genauer Quellenangabe kenntlich gemacht haben. Verwendete Informationen aus dem Internet sind der Arbeit als PDF auf einer MicroSD-Karte beigefügt.
Wir sind damit einverstanden, dass die von uns verfasste Facharbeit der schulinternen Öffentlichkeit in der Bibliothek der Schule zugänglich gemacht wird.

_____

Ort, Datum, Unterschrift