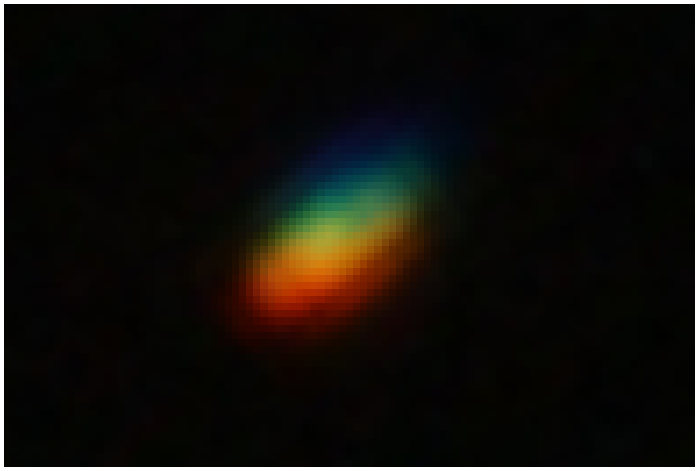
Das Phänomen der Brechung des Sternlichts in der Erdatmosphäre

Jugend Forscht 2018

Von Vivien und Christina Picard

Carl-Fuhlrott-Gymnasium

Projektbetreuer: Bernd Koch



Kurzfassung

Der bunte Regenbogen ist ein bekanntes Beispiel dafür, wie Licht in einem Wassertropfen abgelenkt und infolge der Brechung in seine Regenbogenfarben zerlegt wird.
Auch die Atmosphäre der Erde wirkt wie ein Prisma auf Licht von Himmelskörpern, die von der Erde aus betrachtet werden. Somit gibt es einen ähnlichen Effekt: die punktförmigen Lichtquellen werden durch die Dispersion in kleine Spektren aufgespalten. Je länger der Lichtweg durch die Atmosphäre ist, desto stärker wird jeder Stern in Form eines kleinen farbigen Spektrums verzerrt. Somit ist anzunehmen, dass die Länge des Spektrums, also die Dispersion, eine Funktion der Höhe ist. Diese Vermutung wurde überprüft und mit einem mathematischen Modell der Erdatmosphäre verglichen.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung S.1
Theoretische Grundlagen S.2
Refraktionseigenschaften des Lichtes S.2
Atmosphärische Refraktion S.3
Dispersionseigenschaften des Lichtes S.6
Atmosphärische Dispersion S.7
Durchführung S.8
Auswertung S.10
Erstellung einer Tabelle mit allen wichtigen Werten S.10
Lineare Regression S.12
Fehlerbetrachtung S.13
Endergebnis S.14
Danksagung S.15
Quellen S.16

Einleitung

Viele Astrofotografen kennen die atmosphärische Dispersion; allerdings ist sie für die meisten eher ein unerwünschter Nebeneffekt.

Auch uns ist dieses Phänomen zum ersten Mal als ein solcher begegnet: Wir haben Bilder vom Saturn bearbeitet, bei denen man eindeutig erkennen konnte, dass es einen blauen und einen roten Farbrand gab. Diese galt es zu eliminieren, indem die verschiedenen Farbkanäle aufeinander geschoben wurden. Das Ziel war, den Saturn ohne die Dispersion durch die Atmosphäre darzustellen. Schon damals fragten wir uns, woher diese Verfälschung des Bildes zustande kam.

Die Antwort auf diese Frage haben wir mit unserem Experiment gefunden. Somit ist die atmosphärische Dispersion für uns kein unerwünschter Nebencharakter, sondern die Hauptperson. Sie beschreibt die Aufspaltung des Lichtes in seine Spektralfarben beim Eintritt in die Erdatmosphäre; das Licht wird gebrochen. Zur Vereinfachung haben wir hierbei die Dichte der Atmosphäre als homogen angenommen. Das entspricht zwar nicht der Realität, jedoch reichte es für uns als vereinfachte Vorstellung.

Es ist anzunehmen, dass die Stärke der Dispersion, also die Länge des entstehenden Spektrums, davon abhängt, wo das Licht in die Atmosphäre eintritt: Das Licht eines zenitnahen Sterns wird weniger stark gebrochen als das eines horizontnahen Sterns, da der Weg des Lichtes durch die Atmosphäre unterschiedlich lang ist.

Unser Ziel ist somit, experimentell nachzuweisen, dass die atmosphärische Dispersion eine Funktion der Höhe ist; konkreter wollen wir nachweisen, dass die Dispersion proportional zum Tangens der Zenitdistanz ist.

Theoretische Grundlagen

Vor der Durchführung unseres Experimentes gab es einige Formeln zu verstehen:
Grundlage für unseren Versuch ist die Lichtbrechung, die sich aufteilt in Refraktion und Dispersion.

Refraktionseigenschaften des Lichts

Refraktion ist eine typische Eigenschaft elektromagnetischer Wellen. Licht wird beim Medienwechsel gebrochen, wobei die Medien unterschiedliche Brechungsindizes, die von der Dichte des Mediums abhängen, haben. Der Brechungsindex im Vakuum ist 1; mit steigender Dichte steigt auch der Brechungsindex.

Abbildung 1: Beispiel für Refraktion im Alltag

Die Refraktion von Licht sieht man oft im Alltag. Ein sehr bekanntes Beispiel, das jeder kennt, ist die Lichtbrechung eines Löffels im Wasserglas (siehe Abbildung 1).
Nur im Vakuum bewegt sich Licht mit Lichtgeschwindigkeit fort, im Medium ist es etwas langsamer. Je dichter das Medium, also je größer der Brechungsindex, desto langsamer bewegt es sich fort. Licht sucht sich jedoch immer den schnellsten Weg, der in diesem Fall nicht der kürzeste ist. Deshalb wird das Licht an der Mediengrenze abgelenkt, es wird gebrochen.

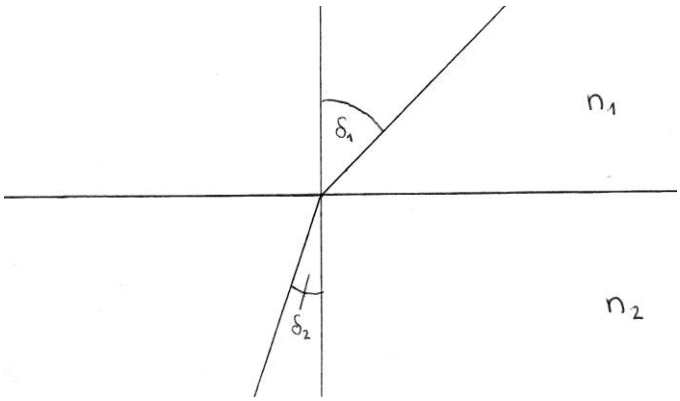


Abbildung 2: Abbildung zum Snelliusschen Brechungsgesetz

Je höher die Differenz der Brechungsindizes der Medien ist, desto stärker ist der Effekt. Die Brechung ist also besonders gut zu erkennen, wenn die Medien möglichst unterschiedliche Dichten haben. Deshalb kann man diese an dem Löffel im Wasser auch so gut erkennen. Die Differenz ist hier besonders groß, da hier die verschiedenen Medien sogar unterschiedliche Aggregatzustände haben.

Die Stärke der Brechung wird durch das *Snelliussche Brechungsgesetz* beschrieben. Es gilt:

$$n_1 * \sin \delta_1 = n_2 * \sin \delta_2$$

Hierbei sind n_1 und n_2 die Brechungsindizes der beiden Medien, δ_1 ist der Einfallswinkel und δ_2 ist der Ausfallswinkel (siehe Abbildung 2). Aus dem *Snelliusschen Brechungsgesetz* lässt sich also schließen, dass Licht beim Übergang in ein dichteres Medium zum Lot hin gebrochen wird.

Atmosphärische Refraktion

Wie wir schon erwähnt haben, wird auch Licht, das in die Atmosphäre eintritt, gebrochen. Deren Dichte ist nicht überall gleich: Weiter oben ist sie weniger dicht als am Boden. Das merkt man sogar schon beim Bergsteigen, da auf dem Berg die Sauerstoffkonzentration geringer ist als im Tal.

Es gibt ein Modell, das dieser Wirklichkeit relativ nah kommt. Die Dichte der Atmosphäre nimmt demnach mit steigender Höhe exponentiell ab. Ein einfallender Lichtstrahl würde hier deshalb nicht nur einmal gebrochen, sondern sehr oft ein wenig (siehe Abbildung 3). Das macht es sehr schwierig mit dieser Vorstellung zu arbeiten und zu rechnen.

Deshalb benutzen wir ein vereinfachtes Modell: Wir nehmen an, dass die Dichte der Atmosphäre überall gleich ist. Die Berechnung ist einfacher, da es nur einen Medienwechsel gibt. Somit erlaubt dieses Modell, nur mit einer Ablenkung des Lichtes zu rechnen (siehe Abbildung 4).

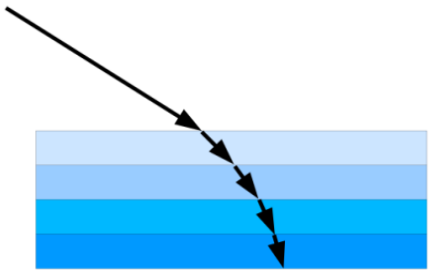


Abbildung 3: Lichtbrechung in der Atmosphäre (Quelle: siehe Quellenverzeichnis)

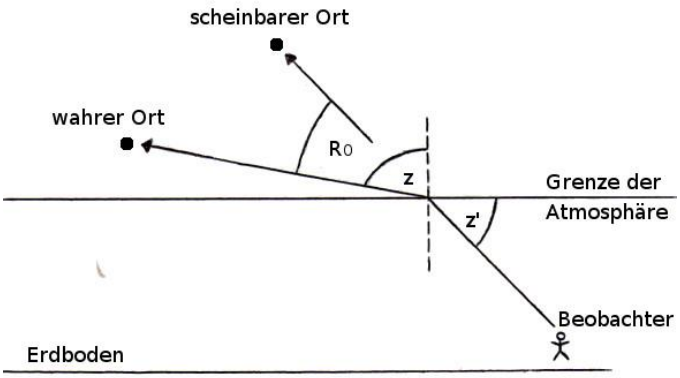


Abbildung 4: Vereinfachtes Atmosphärenmodell

Im Weltall herrscht annähernd ein Vakuum, der Brechungsindex ist also $n = 1$. Der Brechungsindex unserer Erdatmosphäre ist zwar auch sehr gering, da sie gasförmig ist, allerdings ist er trotzdem größer als der Brechungsindex des Weltalls. Das Licht der Himmelskörper wird also beim Eintritt in die Atmosphäre zum Lot hin gebrochen.

z ist die Zenitdistanz. Diesen Winkel kann man anhand der scheinbaren, also von uns sichtbaren, Position des Himmelskörpers messen. R_0 ist der Winkel zwischen der scheinbaren und der wirklichen Position, also der Refraktionswinkel.

Durch das Snelliussche Brechungsgesetz gilt jetzt:

$$\sin(z + R_0) = n * \sin z$$

Mithilfe eines der trigonometrischen Gesetzte kann man die linke Seite der Gleichung aufspalten, sodass gilt:

$$\sin \mathrm{z} * \cos R_0 + \cos \mathrm{z} * \sin R_0 = n * \sin \mathrm{z}$$

Die Refraktion ist, obwohl man sie beobachten kann, sehr gering, R_0 ist höchstens ein halbes Grad. Deshalb gilt näherungsweise:

$$\cos R_0 \approx 1 \text{ und } \sin R_0 \approx R_0 \text{ (im Bogenmaß)}$$

Daraus folgt dann:

$$\sin z + \cos z * R_0 = n * \sin z$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin \mathrm{z}}{\cos \mathrm{z}} + R_0 = n * \frac{\sin \mathrm{z}}{\cos \mathrm{z}}$$

$$\Leftrightarrow R_0 = n * \frac{\sin \mathrm{z}}{\cos \mathrm{z}} - \frac{\sin \mathrm{z}}{\cos \mathrm{z}}$$

$$\Leftrightarrow R_0 = n * \tan \mathrm{z} - \tan \mathrm{z}$$

Daraus folgt das Refraktionsgesetzt:

$$R_0 = (n - 1) * \tan \mathrm{z}$$

Nun kann man $n - 1$ mit der Dispersionsformel berechnen, die von einer Temperatur von 15°C und einem Druck von 1013hPa ausgeht:

$$(n - 1) * 10^{-7} = 643{,}28 + \frac{294\,981}{146 - \sigma^2} + \frac{2554}{4 - \sigma^2}$$

σ ist die Wellenlänge mit $\sigma = k - 1$, wobei k die Wellenlänge in μm^{-1} angibt.

Also ergibt sich $k = \frac{1}{0{,}55}$, da die die Kamera Wellenlängen von $400nm$ bis $700nm$ detektiert und $550nm$ der Mittelwert ist.

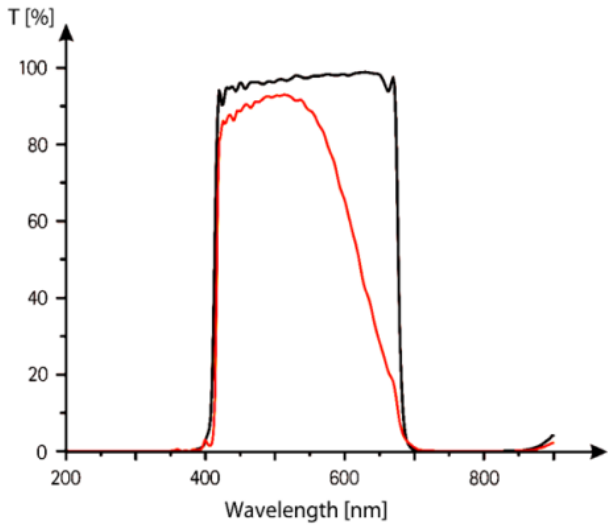


Abbildung 5: Aufnahmeempfindlichkeit der Kamera (Rot: Canon EOS 450D-Originalfilter. Schwarz: Modifizierter BCF-Filter mit höherer Transmission) (Quelle: siehe Quellenverzeichnis)

Auf der Grafik von Abbildung 5 ist die Transmission der Kamera Canon EOS 450D, die wir benutzt haben, zu erkennen. Die rote Kurve zeigt die Transmission des Originalfilters. Die schwarze, die in unserem Fall zu beachten ist, gibt die Transmission des modifizierten BCF-Filters mit höherer Transmission an. Man kann erkennen, dass die Grenzwellenlängen sehr genau $400nm$ und $700nm$ sind und die Transmission sehr konstant ist. Das ist wichtig, um die Aufnahme nicht zu verfälschen.

Mit den in die Dispersionsformel eingesetzten Grenzwellenlängen der Kamera ergibt sich:

$$n - 1 = 0{,}0002778$$

Die Refraktionskonstante ist bei Umwandelung ins Winkelmaß $57{,}28''$ und nun erhält man das Refraktionsgesetz:

$$R_0 = 57{,}28'' * \tan z$$

Wie bereits erklärt, basieren diese Rechnungen auf einem vereinfachten Modell der Atmosphäre. Dadurch ist die Vorstellung nur eine Annäherung und nicht vollständig korrekt. Allerdings weichen die Werte des von uns benutzten Modells bis zu einem Winkel von $z \leq 80°$ nicht mehr als 13“ von den realen Werten ab. Deshalb reicht es für unsere Arbeit, mit der vereinfachten Vorstellung zu arbeiten.

Die atmosphärische Refraktion ist jedoch auf den ersten Blick kaum mit bloßem Auge zu erkennen. Durch sie sehen wir Sterne nicht genau dort, wo sie sich befinden. Ohne genaue Messung kann man daran allerdings nicht die atmosphärische Refraktion ausmachen. Mit bloßem Auge zu erkennen ist die differenzielle Refraktion. Diese wird zum Beispiel beim Sonnenuntergang beziehungsweise -aufgang deutlich. Hierbei wird der untere Rand der Sonne stärker angehoben, weshalb sie für uns oval wirkt. Das liegt daran, dass die Stärke der Brechung von der Zenitdistanz abhängig ist. Bei steigender Zenitdistanz ist auch die Ablenkung stärker. Der Winkeldurchmesser der Sonne ist mit einem halben Grad so groß, dass man, wenn sie tief steht, den Unterschied zwischen unterem und oberem Rand erkennen kann. Auch beim Fotografieren von Sternen kann man diese Verzerrung beobachten. Ein anderer Effekt der atmosphärischen Refraktion ist, dass der Tag etwas länger wird, da die Sonne schon untergegangen ist, wenn wir sie erst untergehen sehen. Auch das liegt daran, dass das Licht beim Eintritt in die Atmosphäre gebrochen wird. Somit ist jeder Tag ein paar Minuten länger, als er ohne Lichtbrechung wäre.

Dispersionseigenschaften des Lichts

Die atmosphärische Dispersion ist noch einfacher zu erkennen. Weißes Licht wird beim Medienwechsel nicht nur gebrochen, sondern auch in seine Farbbestandteile aufgespalten (siehe Abbildung 6). Das liegt daran, dass die verschiedenen Wellenlängen des Lichtes nur im Vakuum alle gleich schnell sind, denn dort bewegen sie sich mit Lichtgeschwindigkeit. In Medien, die dichter sind, bewegen sich allerdings die unterschiedlichen Wellenlängen auch mit verschiedenen Geschwindigkeiten. Je kürzer eine Wellenlänge ist, desto langsamer bewegt sie sich (im Medium). Wie groß der Unterschied der Geschwindigkeiten ist, kommt auf das Medium und dessen Dichte, also auf den Brechungsindex, an. Da sich jede Wellenlänge trotzdem beim Übergang von einem in ein anderes Medium den für sie schnellsten Weg sucht, werden die kurzen, also die blauen, Wellenlängen mehr abgelenkt, als die langen, roten. Je größer die Differenz der Brechungsindizes ist, desto stärker wird auch das Licht in seine Spektralfarben unterteilt und desto größer ist die Länge des Spektrums.

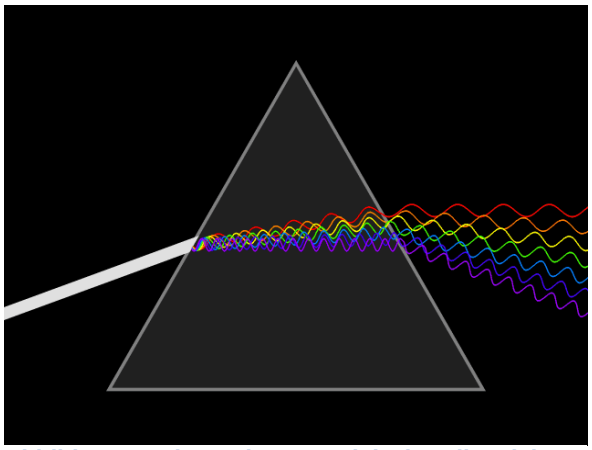


Abbildung 6: Dispersion von Licht (Quelle: siehe Quellenverzeichnis)

Atmosphärische Dispersion

Wie die Refraktion findet auch die Dispersion beim Eintritt des Lichtes vom Weltall in die Erdatmosphäre statt, da auch hier ein Medienwechsel vorliegt. Dieser Effekt nennt sich atmosphärische Dispersion.

Dieses Phänomen lässt sich besonders bei horizontnahen Objekten beobachten, da hier der Weg, den das Licht durch die Atmosphäre zurücklegen muss, sehr groß ist. Bei zenitnahen Objekten lässt sich die atmosphärische Dispersion kaum bis gar nicht beobachten. Sie hängt also, genau wie die Refraktion, vom Höhenwinkel ab.

Die Refraktion ist proportional zum Tangens der Zenitdistanz. Es ist anzunehmen, dass dies ebenso auf die Dispersion zutrifft.

Zur Berechnung des Dispersionsspektrums berechnen wir die wellenlangenabhängige Brechung der Grenzfrequenzen der Kamera, um diese dann von einander abzuziehen. Also benötigen wir wieder die Dispersionsformel für den Brechungsindex:

$$(n-1) * 10^{-7} = 643{,}28 + \frac{294\,981}{146-\sigma^2} + \frac{2554}{4-\sigma^2}$$

Die von uns benutzte Kamera hat Grenzwellenlängen von $400nm$ und $700nm$. Ihre wellenlängenabhängige Brechung kann man mit dem vereinfachten Modell der Refraktion für Zenitdistanzen $z \leq 80°$ einsetzten und voneinander abziehen. Hierdurch erhält man die erwartete Länge des aufzunehmenden Spektrums, also die Dispersion:

$$\Delta R = R400nm - R700nm = (n1 - n2) * \tan \mathrm{z}$$

$$\Delta R = 1{,}4'' * \tan \mathrm{z}$$

Wir erwarten also von unserem Experiment einen Zusammenhang, der zeigt, dass die Dispersion einerseits proportional zum Tangens der Zenitdistanz ist und zusätzlich die Ausgleichsgerade eine Steigung von ungefähr $1{,}4$ haben wird.

Durchführung

Um das nachzuweisen haben wir Bilder von Himmelskörpern aufgenommen, um an ihnen die Dispersion zu messen und alles in ein Diagramm aufzutragen. Hierfür haben wir das Celestron11 und die Canon EOS 450D benutzt (siehe Abbildung 7).

Wir haben viele verschiedene Sterne in verschieden Höhen fotografiert. Hier haben wir darauf geachtet, dass die Dispersion des Lichtes durch die Erdatmosphäre, sofern vorhanden, gut erkennbar war. Deshalb haben wir verschiedene Belichtungszeiten ausprobiert, um gut auswertbare Aufnahmen zu erhalten.

Abbildung 7: Experimenteller Aufbau

Wir haben neun Himmelskörper fotografiert: Aldebaran, Alnitak, Bellatrix, Beteigeuze, Capella, Procyon, Rigel, Sirius und Venus.

Celestron 11

Öffnung	279mm
Brennweite	2800mm
Öffnungsverhältnis	f/10
Maximal sinnvolle Vergrößerung	Ca. 560fach
Grenzgröße visuell	15m5
Auflösungsvermögen	0,42“
Abschattung durch den Fangspiegel	34%
Länge des Tubus	61cm
Gewicht	Ca. 13,1kg
Typ	Reflektor

Das Celestron 11 (siehe Abbildung 8) ist ein besonders für Hobbyfotografen gut geeignetes Teleskop. Es liefert durch die 279mm-Öffnung hoch auflösende Bilder und ist trotz der langen Brennweite eher kurz und auch nicht sehr schwer, daher gut zu transportieren. Dass das Teleskop trotz der langen Brennweite so kurz ist, liegt an der Cassegrain-Optik. Das einfallende Licht trifft auf den sphärischen Hauptspiegel. Auf diesem wird das Licht bereits gebündelt. Das Licht wird also reflektiert und trifft gebündelt auf den Sekundärspiegel. Dort

Abbildung 8: Celestron 11

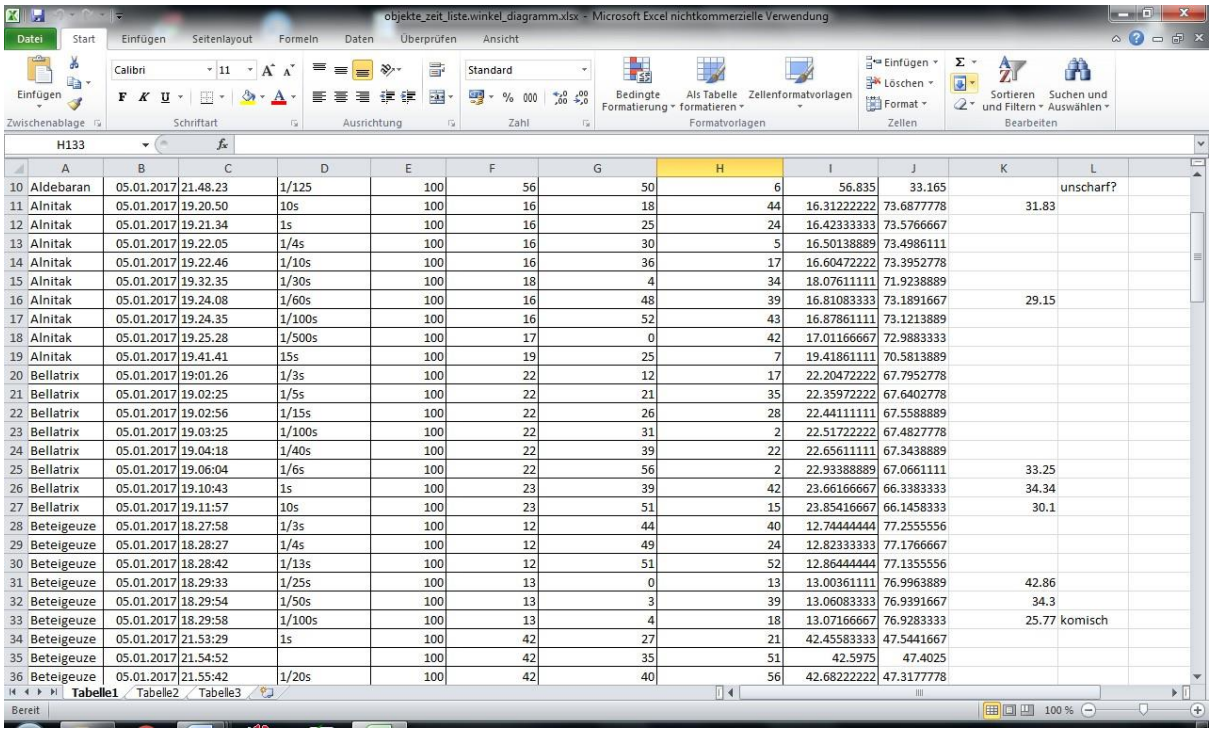
wird es wieder reflektiert und zum Okular geleitet. Durch das Verschieben des Hauptspiegels wird das Scharfstellen ermöglicht. Das gesamte System ist geschlossen und daher gut gegen Staub geschützt.

Canon EOS 450D

Kameratyp	DSLR
Bildsensor	CMOS
Auflösung	12,2 Megapixel
Bildgröße	$4272 * 2848$ Pixel
Prozessor	DIGIC-III-Prozessor
Sucher	Pentaspiegel
Farbtiefe	14 Bit pro Kanal
Aufnahmen pro Sekunde	3,5 Bilder
Interner Pufferspeicher	6 RAW / 53 Large-JPEG Bilder
Displaydiagonale	3 Zoll
Displayauflösung	230 000 Pixel

Abbildung 9: Canon EOS 450D

Auswertung



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
10	Aldebaran	05.01.2017	21.48.23	1/125	100	56	50	6	56.835	33.165		unscharf?
11	Alnitak	05.01.2017	19.20.50	10s	100	16	18	44	16.31222222	73.6877778	31.83	
12	Alnitak	05.01.2017	19.21.34	1s	100	16	25	24	16.42333333	73.5766667		
13	Alnitak	05.01.2017	19.22.05	1/4s	100	16	30	5	16.50138889	73.4986111		
14	Alnitak	05.01.2017	19.22.46	1/10s	100	16	36	17	16.60472222	73.3952778		
15	Alnitak	05.01.2017	19.32.35	1/30s	100	18	4	34	18.07611111	71.9238889		
16	Alnitak	05.01.2017	19.24.08	1/60s	100	16	48	39	16.81083333	73.1891667	29.15	
17	Alnitak	05.01.2017	19.24.35	1/100s	100	16	52	43	16.87861111	73.1213889		
18	Alnitak	05.01.2017	19.25.28	1/500s	100	17	0	42	17.01166667	72.9883333		
19	Alnitak	05.01.2017	19.41.41	15s	100	19	25	7	19.41861111	70.5813889		
20	Bellatrix	05.01.2017	19:01.26	1/3s	100	22	12	17	22.20472222	67.7952778		
21	Bellatrix	05.01.2017	19.02:25	1/5s	100	22	21	35	22.35972222	67.6402778		
22	Bellatrix	05.01.2017	19.02:56	1/15s	100	22	26	28	22.44111111	67.5588889		
23	Bellatrix	05.01.2017	19.03:25	1/100s	100	22	31	2	22.51722222	67.4827778		
24	Bellatrix	05.01.2017	19.04:18	1/40s	100	22	39	22	22.65611111	67.3438889		
25	Bellatrix	05.01.2017	19.06:04	1/6s	100	22	56	2	22.93388889	67.0661111	33.25	
26	Bellatrix	05.01.2017	19.10:43	1s	100	23	39	42	23.66166667	66.3383333	34.34	
27	Bellatrix	05.01.2017	19.11:57	10s	100	23	51	15	23.85416667	66.1458333	30.1	
28	Beteigeuze	05.01.2017	18.27:58	1/3s	100	12	44	40	12.74444444	77.2555556		
29	Beteigeuze	05.01.2017	18.28:27	1/4s	100	12	49	24	12.82333333	77.1766667		
30	Beteigeuze	05.01.2017	18.28:42	1/13s	100	12	51	52	12.86444444	77.1355556		
31	Beteigeuze	05.01.2017	18.29:33	1/25s	100	13	0	13	13.00361111	76.9963889	42.86	
32	Beteigeuze	05.01.2017	18.29:54	1/50s	100	13	3	39	13.06083333	76.9391667	34.3	
33	Beteigeuze	05.01.2017	18.29:58	1/100s	100	13	4	18	13.07166667	76.9283333	25.77	komisch
34	Beteigeuze	05.01.2017	21.53:29	1s	100	42	27	21	42.45583333	47.5441667		
35	Beteigeuze	05.01.2017	21.54:52		100	42	35	51	42.5975	47.4025		
36	Beteigeuze	05.01.2017	21.55:42	1/20s	100	42	40	56	42.68222222	47.3177778		

Abbildung 10: Spalte A: Objekt, Spalte B: Datum, Spalte C: Uhrzeit (MEZ), Spalte D: Belichtungszeit (s), Spalte E: Iso-Wert, Spalte F: Höhenwinkelkomponente Grad, Spalte G: Höhenwinkelkomponente Bogenminuten, Spalte H: Höhenwinkelkomponente Bogensekunden, Spalte I: Höhenwinkel (Grad), Spalte J: Zenitdistanz (Grad), Spalte K: Dispersion (px), Spalte L: Anmerkungen

Erstellung einer Tabelle mit allen wichtigen Werten

Um unsere Bilder auszuwerten, haben wir zunächst eine Tabelle erstellt. In Spalte A findet sich der Name des aufgenommenen Objektes, in Spalte B das Datum der Aufnahme, in Spalte C die genaue Uhrzeit. Die Belichtungszeit haben wir in Spalte D eingetragen, den Iso-Wert in Spalte E. Aus dem Zeitpunkt der Aufnahme haben wir mithilfe des Programmes Stellarium den Höhenwinkel in Grad (Spalte F), Bogenminuten (Spalte G) und Bogensekunden (Spalte H) ermittelt. Daraus haben wir den Höhenwinkel h komplett in Grad (Spalte I) und somit auch die Zenitdistanz z ermittelt, die man in Spalte J findet (siehe Abbildung 10).

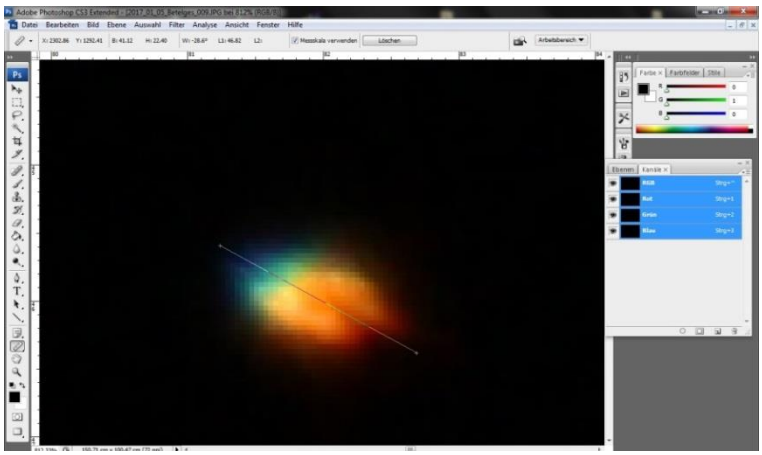


Abbildung 11: Messung der Dispersion

Anschließend haben wir die Aufnahmen ausgewählt, auf denen die Dispersion, sofern vorhanden, gut zu erkennen war.

Auf ihnen haben wir den Abstand zwischen dem blauen und dem roten Farbrand mit dem Lineal Werkzeug von Photoshop in Pixeln gemessen (siehe Abbildung 11). Die Werte finden sich in Spalte K. Wir haben allerdings nicht nur Bilder ausgewertet, auf denen man die Dispersion erkennen konnte, sondern auch Bilder, auf denen man erkennen konnte, dass es keine Dispersion gibt. Ziel unseres Experiments war es ja, die Abhängigkeit der Dispersion vom Tangens der Zenitdistanz nachzuweisen und dafür mussten wir auch zenitnahe Aufnahmen auswerten, auf denen keine oder wenig Dispersion zu erkennen war.

Nach diesem Schritt hatten wir die Dispersion in Pixeln. Wir benötigten jedoch die Dispersion in Bogensekunden (siehe Formel). Deshalb galt es, den Maßstab herausfinden, in dem die Aufnahmen gemacht wurden. Dafür haben wir ein Bild der Venus benutzt, welches am selben Abend aufgenommen wurde. Mithilfe von Stellarium konnten wir den Durchmesser der Venus in Bogensekunden an diesem Abend herausfinden und diesen mit Photoshop in Pixeln ermitteln (siehe Abbildung 12). Das Verhältnis dieser beiden Werte war der gesuchte Maßstab und musste nun noch mit den Werten der Dispersion in Pixeln multipliziert werden, damit auch diese in Bogensekunden vorlagen. Aus den nun bekannten Werten konnten wir damit eine weitere Tabelle erstellen, die nur den Tangens der Zenitdistanz und die Dispersion in Bogensekunden enthält. Hieraus haben wir dann ein XY – Diagramm erstellt, wobei auf der X – Achse der Tangens der Zenitdistanz und auf der Y – Achse die Dispersion in Bogensekunden aufgetragen wurde.

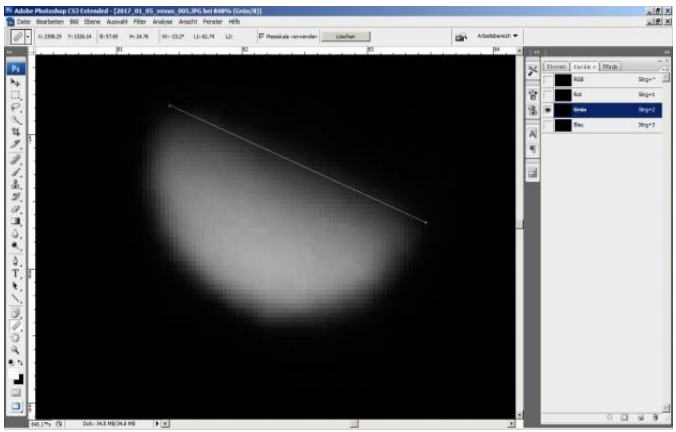


Abbildung 12: Messung des Maßstabes

Mithilfe der linearen Regression konnten wir durch unsere Messpunkte eine Ausgleichsgerade laufen lassen.

Lineare Regression

Die Lineare Regression beruht auf dem Prinzip der kleinsten Quadrate. Man berechnet die Gerade durch einen Datensatz, bei der die mittlere quadratische Abweichung der Y – Werte von der gesuchten Geraden minimal wird. Für die Gerade $y = mx + b$ gibt es folgende Formel zur Berechnung der Steigung und des Y – Achsenabschnittes:

$$m = \frac{n * \sum xy - \sum x * \sum y}{n * \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{\sum y * \sum x^2 - \sum x * \sum xy}{n * \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

Hierbei gibt n die Anzahl der Punkte, $\sum x$ die Summe aller X – Werte, $\sum y$ die Summe aller Y – Werte, $\sum xy$ die Summe aller Produkte von je zwei zusammengehörigen X – und Y – Werten und $\sum x^2$ die Summe aller quadrierten X – Werte an.

In unserem Fall ist der X – Wert der Tangens der Zenitdistanz und der Y – Wert die Dispersion in Pixeln. Alle benötigten Werte konnten nun berechnet und in die Formel eingeben werden. Das Ergebnis ist aus der Abbildung 13 ersichtlich. Diese Gleichung ist also die, bei der die mittlere quadrierte Abweichung von allen Punkten die geringste ist, und ist deshalb die Ausgleichsgerade durch unseren Datensatz. Die Gleichung der atmosphärischen Dispersion, abhängig von der Zenitdistanz, lautet nach diesen Daten nun: $\Delta R = 1.5194'' * \tan z + 8.3053''$ (siehe Abbildung 14).

Sternname	tan(z)	Dispersion in Bogensekunden	tan(z)*Dispersion	(tan(z))^2
Aldebaran	0,693710322	13,99596641	9,709146364	0,48123401
Alnitak	3,363462589	10,52406981	35,39731507	11,3128806
Bellatrix	2,302384133	12,63000494	29,07912297	5,3009727
Beteigeuze	4,320410414	14,56900999	62,94410248	18,6659461
Beteigeuze	1,077011213	9,761672703	10,51343096	1,15995315
Capella	0,260895352	6,258943859	1,63292936	0,06806638
Procoyn	1,728273741	9,684436396	16,73735712	2,98693013
Rigel	2,511606795	12,05473682	30,2767589	6,30816869
Sirius	5,440203036	18,23586599	99,2068135	29,5958091
Summe:	21,69795759	107,7147069	295,4969767	75,8799609
m=	1,51935817			
b=	8,305304197			

Abbildung 13: Tabelle zur Linearen Regression

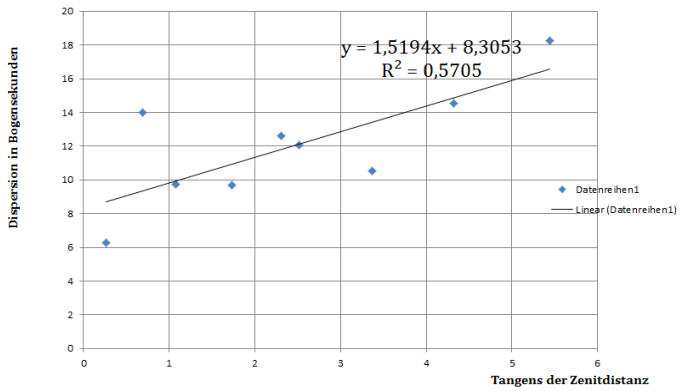


Abbildung 14: Ausgleichsgerade durch den Datensatz

Fehlerbetrachtung

Beim Betrachten der Geraden fallt auf, dass besonders Aldebaran stark abweicht. Wir haben uns die Bilder von Aldebaran noch einmal genauer angeschaut und bemerkt, dass die Fokussierung nicht genau war. Zoomt man sehr nah an den Stern heran, so kann man einen schwarzen Punkt in seiner Mitte erkennen, was ein Zeichen für Unschärfe ist (siehe Abbildung 15). Durch diesen wurde der Durchmesser des Sternes vergrößert und verfälscht. Deshalb haben wir beschlossen, Aldebaran aus der Wertung herauszunehmen.

Abbildung 15: Schlecht fokussiertes Bild von Aldebaran

Außerdem ist uns beim erneuten Betrachten aller Bilder aufgefallen, dass die Fotos von Sirius überbelichtet sind. Das erkennt man daran, dass auch das am wenigsten belichtete Foto in der Mitte weiß ist (siehe Abbildung 16). Wir haben diese Vermutung auch überprüft, indem wir mithilfe von Photoshop ermittelt haben, wie hoch die Helligkeitswerte der einzelnen Farbkanäle in der Mitte des Sterns waren. Der Maximalwert, der in unserem Fall nicht erreicht werden darf, da dies sonst das Ergebnis verfälscht, wird jedoch sogar auf dem am kürzesten belichteten in allen drei Farbkanälen erreicht. Dadurch, dass das Bild überbelichtet ist, wirkt der Stern größer, als er eigentlich ist. Misst man also an diesem Foto die Dispersion, bekommt man einen zu hohen Wert. Deshalb konnten wir die Aufnahmen von Sirius nicht benutzen. Folglich haben wir auch diesen aus der Wertung ausgeschlossen. Allerdings kann man anhand dieses Fotos die atmosphärische Dispersion äußerst gut erkennen, da sowohl der rote als auch der blaue Farbrand zu sehen sind.

Abbildung 16: Überbelichtetes Bild von Sirius

Endergebnis

Die fertige Ausgleichsgerade, die wir wieder mit der Linearen Regression bestimmt haben, hat den Funktionsterm: $\Delta R = 1.6745'' * \tan z + 7.0601''$ (siehe Abbildung 17).

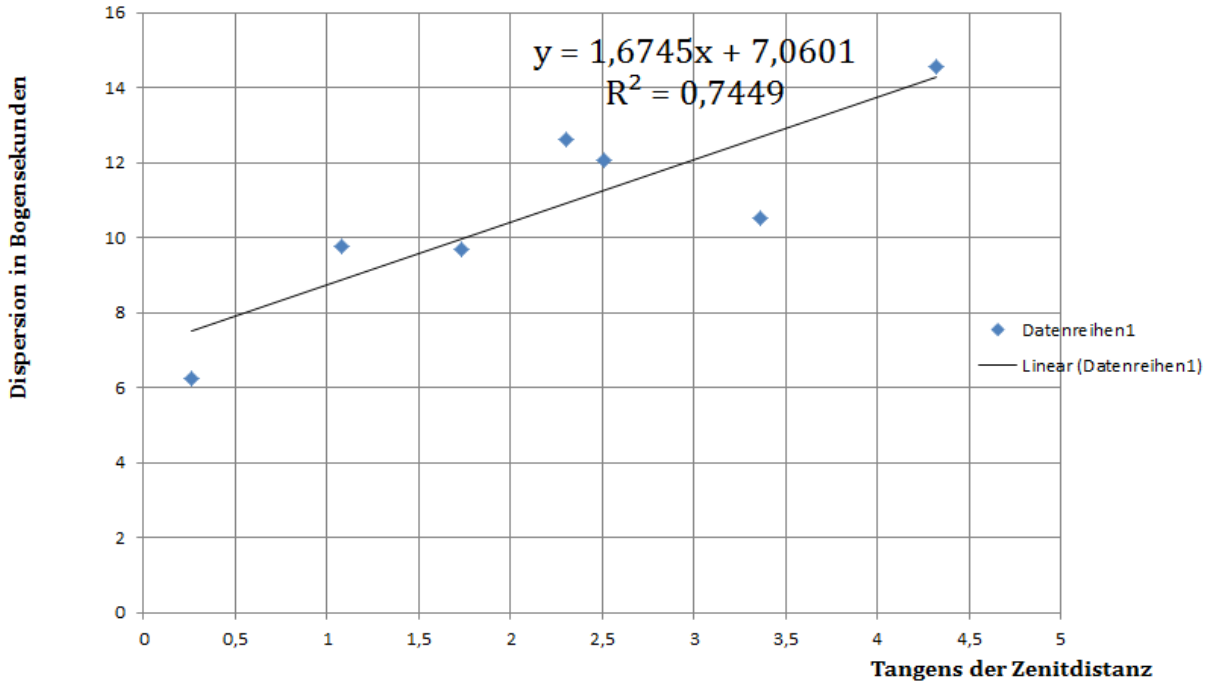


Abbildung 17: Fertige Ausgleichsgerade

Zusammenfassend ergibt sich, dass die ermittelte Steigung unserer Ausgleichsgeraden relativ nah an den Katalogwert herankommt.

Ein großer Unterschied zur erwarteten Geraden ist, dass es einen Y – Achsenabschnitt gibt. Die Erklärung ist einfach: Die Erwartung geht von perfekten punktförmigen Lichtquellen aus. Die Kamera nimmt jedoch auch eine punktförmige Lichtquelle nicht als Punkt auf, sondern streut sie ein wenig. Der Schnittpunkt mit der Y – Achse gibt also an, wie viel die Kamera streut. Obwohl das nicht Ziel unseres Experiments war, konnten wir diesen Wert bestimmen.

Schlussendlich ist zu erkennen, dass keiner der Werte genau auf der Geraden liegt. Das ist nachvollziehbar, da es immer Abweichungen von den erwarteten Werten gibt: Der Faktor, durch welchen Aufnahmen oft verfälscht werden, ist das Seeing. Natürlich sind unsere Fotos auch nicht perfekt aufgenommen und teilweise nicht ganz fokussiert, wodurch sie manchmal etwas unscharf sind.

Trotzdem ist mit unserem Experiment die Proportionalität der Dispersion und dem Tangens der Zenitdistanz bestätigt worden.

Danksagungen

Bei der Erstellung dieser Arbeit wurden wir insbesondere durch unseren Astronomie – Lehrer Bernd Koch unterstützt. Er hat uns über die gesamte Zeit begleitet, indem er uns in das Thema eingearbeitet hat und uns immer bei Problemen und für Fragen zur Verfügung stand. Hierfür möchten wir uns ganz herzlich bedanken.
Ein herzliches Dankeschön gebührt auch unserem Physik – Lehrer Michael Winkhaus. Wir gehören zu den wenigen Schulen, die eine eigene, hervorragende Sternwarte haben. Durch seinen unermüdlichen Einsatz stehen uns hier hochmoderne Teleskope und zusätzliche Technik zur Verfügung, ohne die eine solche Arbeit undenkbar wäre. Außerdem hat auch er uns immer unterstützt.
Vielen Dank dafür.

Quellen

Literatur

- „Handbuch der Astrofotografie“ (Bernd Koch, 1995)
- „Astronomical Formulae for Calculators“ (Jean Means, 1988)
- „Astronomische Musterversuche“ (Wolfhard Schlosser, Theodor Schmidt-Kaler, 1982)

Abbildungen

- Abbildung 3:
  - Quelle: http://www.physik.wissenstexte.de/halligen.htm
  - Autor: Wiebke Salzmann
- Abbildung 5
  - Quelle/Autor: Bernd Koch
- Abbildung 6
  - Quelle: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Light_dispersion_conceptual_waves.gif
  - Autor: Lucas V. Barbosa
- Alle nicht hier aufgeführten Abbildungen sind entweder von uns erstellte Bilder oder Screenshots aus den von uns verwendeten Programmen

Kurse

- Projektkurs Astronomie Q1 (2016/2017) am CFG Wuppertal (Bernd Koch)
- Physik LK Q1 (2016/2017) und Q2 (2017/2018) am CFG Wuppertal bei Michael Winkhaus

Internet

- http://www.spektrum.de/lexikon/physik/snelliussches-brechungsgesetz/13392 (letzter Aufruf: 14.01.2018)
- http://www.teleskop-express.de/shop/product_info.php/info/p1006_Celestron-C11-SC-XLT---280-2800mm-optischer-Tubus.html (letzter Aufruf: 10.01.2018)
- http://www.astroshop.de/celestron-schmidt-cassegrain-teleskop-sc-279-2800-c11-ota/p,12232#tab_bar_1_select (letzter Aufruf: 10.01.2018)
- http://www.digitalkamera.de/Testbericht/Canon_EOS_450D/4839.aspx (letzter Aufruf: 09.01.2018)

Programme

- Stellarium (freies Astronomieprogramm zur Simulation von Stern- und Planetenbewegungen)