Bestimmung des geographischen Standortes mit einem Pendelquadranten

Jan-Miklas Gehla
Adresse: Rhönstraße 58
42349 Wuppertal
Deutschland
E-Mail: jan-miklas.gehla@web.de

Torben Huppertsberg
Adresse: Friedrichshöhe 23
42369 Wuppertal
Deutschland
E-Mail: torben.huppertsberg@web.de

Carl-Fuhlrott-Gymnasium, Wuppertal
Jahrgangsstufe Q1

Projektarbeit im Projektkurs Astronomie 2017/2018
Kursleiter: Bernd Koch
Abgabedatum 30.05.2018

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Motivation Seite 4

Geographische Theorie

Allgemeines zu geographischen Koordinaten Seite 5

Geschichte der geographischen Koordinaten Seite 6

Zeitzonen Seite 7

Die Erde als Ellipsoid Seite 8

Global Positioning System Seite 9

Astronomische Theorie

Allgemeines zur Himmelskugel Seite 10

Das Horizontsystem Seite 11

Das bewegliche Äquatorsystem Seite 12

Verzerrungsfaktor des Pendelquadranten Seite 14

Astronomische Refraktion Seite 15

Herstellung

Überlegung Seite 16

Anfertigung des Pendelquadranten bei C.A.PICARD Seite 17

Beobachtung

Die Messung des Sonnenwinkels Seite 22

Aufbau Seite 22

Durchführung Seite 22

Werte der Messung Seite 23

Fehlerdiskussion Seite 24

Rechnung

Bereinigung der Werte Seite 25

Bestimmung der geographischen Breite φ über die Sonne Seite 26

Bestimmung des Mittagszeitpunktes Seite 27

Bestimmung der geographischen Länge λ über die Sonne Seite 29

Ergebnis Seite 30

Schluss

Danksagung Seite 32

Quellen Seite 33

Abschlusserklärung Seite 34

Einleitung:

Motivation

Unsere Motivation resultierte aus einer grundlegenden Freude an Naturwissenschaften und dem Forschen. Den Impuls für den Projektkurs Astronomie gaben die Erfahrungen, welche Jan bereits bei verschiedenen Astronomieprojekten an dieser Schule sammeln konnte. Die Infoveranstaltung hatte dann unser Interesse geweckt, so dass wir uns entschieden haben den Projektkurs Astronomie zu wählen.

Nachdem der Projektkurs begonnen hatte wurde uns schnell bewusst, dass wir gerne eine praktische Arbeit machen würden. Natürlich gab es auch andere sehr interessante Themengebiete, die im Unterricht ausgiebig erläutert wurden. Vor allem der gemeinsame Abend des Kurses an der Sternwarte machte viel Freude, da wir uns selbst in der Astrofotografie probieren konnten. Die Suche nach einem Thema, was uns beide begeistern würde, ging dann allerdings erstaunlich schnell. Wir wollten unseren Standort auf der Erde ermitteln und das mit Hilfe eines Pendelquadranten, der vor hunderten Jahren im Gebrauch war. Der Pendelquadrant konnte uns überzeugen, weil wir uns seine Umsetzung gut vorstellen konnten. Mit dem Bau dieses Geräts konnten wir unsere praktischen Interessen in der Arbeit verwirklichen. Da wir uns die Möglichkeit offen halten wollten eine Standortsbestimmung über die Sterne und die Sonne machen zu können, entscheiden wir uns einen Pendelquadranten mit Sucher zu bauen und nicht wie üblich mit Stiften zum Werfen eines Schatten. Wir versprachen uns viel Freude von der Gestaltung des Quadranten und der Arbeit mit diesem.

Unser Ziel bestand also darin einen Pendelquadranten zu konstruieren, mit dem man den Höhenwinkel eines Gestirns und damit seinen eigenen Standort möglichst präzise bestimmen kann. Unsere Projektarbeit beschreibt den Weg über die Theorie, Herstellung, Beobachtung und die abschließende Berechnung unseres Standortes auf der Erde.

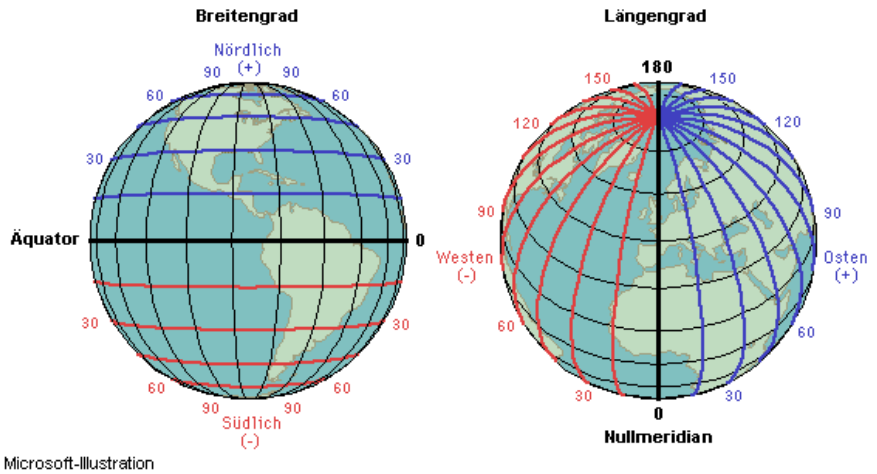
Geographische Theorie:

Allgemeines zu geographischen Koordinaten

Um Orte auf der Erdoberfläche angeben zu können nutzt man geographische Koordinaten. Man kann durch zwei Koordinaten, die für die geographische Länge bzw. Breite stehen, jede beliebige Position angeben. Dafür wird die Erde in 180 Breitengrade und 360 Längengrade unterteilt.

Die Bezugsebene für die Breitengrade ist die Äquatorebene, welche senkrecht zur Rotationsachse der Erde verläuft und die Erde in Nord- und Südhalbkugel aufteilt. Also verläuft auf der Erdoberfläche am Rande der Äquatorebene der nullte Breitengrad, der Äquator. Alle Breitengerade, die nördlich oder südlich des Äquators verlaufen, sind parallel zu diesem. Die Pole befinden sich bei 90° Nord bzw. Süd. Die geographische Breite wird durch φ ausgedrückt und beschreibt den Winkel zwischen dem Lot von der Erdoberfläche zum Erdmittelpunkt und der Äquatorebene. Die geographische Breite φ wird von -90° bis +90°, auf nördlicher Halbkugel positiv und auf südlicher Halbkugel negativ, gezählt.

[1]



Die Längengrade, die sog. Meridiane, verlaufen von Nord- zu Südpol bzw. von Süd- zu Nordpol senkrecht zum Äquator und sind somit Halbkreise, welche von einem willkürlich bestimmten Nullmeridian nach Osten und Westen bis jeweils 180° gezählt werden. Meridiane, welche durch einen bestimmten Punkt laufen, heißen Ortsmeridiane von diesem Punkt. Die geographische Länge wird durch λ angegeben und ist der Winkel zwischen dem Lot des Nullmeridians zum Erdmittelpunkt und dem Lot des Ortmeridians zum Erdmittelpunkt. Die Zählrichtung ist von -180° westlich von Greenwich bis +180° östlich von Greenwich.

Geografische Koordinaten werden traditionell im Sexagesimalformat angegeben. Hierbei ist ein Grad unterteilt in 60 Minuten und eine Minute wiederrum in 60 Sekunden. Typographisch stellt man Minuten durch eine Prime und Sekunden durch eine Doppelprime da. Im Endeffekt werden Koordinaten also durch zwei Werte angegeben mit jeweils einer Himmelsrichtung, einer Gradangabe (°), einer Minutenangabe (`) und einer Sekundenangabe (``). Am Beispiel des Carl-Fuhlrott-Gymnasiums sieht das so aus: N 51° 13′ 53″ O 7° 8′ 34″.

[1] Grafik: Microsoft-Illustration

Geschichte der geographischen Koordinaten

Im Gegensatz zum nullten Breitengrad, welcher aus oben genannten Gründen natürlich festgelegt ist, musste man sich auf einen nullten Längengrad erst einigen. Die erste erfasste Einteilung der Welt in Längen und Breiten wurde von Hipparchos von Nicäa (190-120 v. Chr.), ein griechischer Astronom, Geograf, Mathematiker und der Begründer der wissenschaftlichen Astronomie, durchgeführt. Er legte den Nullmeridian auf seinen astronomischen Beobachtungsort Rhodos. Im weiteren Verlauf der Geschichte verwendete man die unterschiedlichsten Nullmeridiane. Der wohl über die längste Zeit gebräuchliche Längengrad war der Ferro-Meridian, welcher von Claudius Ptolemaeus um 150 auf die westliche Grenze der ihm bekannten Welt gelegt wurde, nämlich die westlichste der kanarischen Inseln El Hierro oder Ferro. Dieser Ferro-Meridian wurde bis ins 20. Jahrhundert hinein verwendet, wie zum Beispiel in Frankreich oder Österreich-Ungarn.

Bis ins 19. Jahrhundert legten verschiedene Staaten ihre eigenen Nullmeridiane durch ihre jeweilige Hauptstadt, bzw. deren Sternwarte. Durch zunehmenden Reiseverkehr und fortschreitende Globalisierung war man jedoch gezwungen sich international auf einen genormten Nullmeridian festzulegen von dem aus man die Längengrade nach Osten und Westen zählt. Auf der internationalen Meridian-Konferenz in Washington, D.C. wurde am 13. Oktober 1884 mit 25 vertretenden Nationen einer von fünf vorgeschlagenen Meridianen ausgewählt. Trotz der Stimmenthaltung Frankreichs, welche lieber den Pariser Meridian des Observatoriums von Paris als Nullmeridian gesehen hätten, entschied man sich für den damals auf Seekarten häufig verwendeten Ortsmeridian von Greenwich, welcher durch das königliche Observatorium läuft.

Der historische Nullmeridian[2.1]

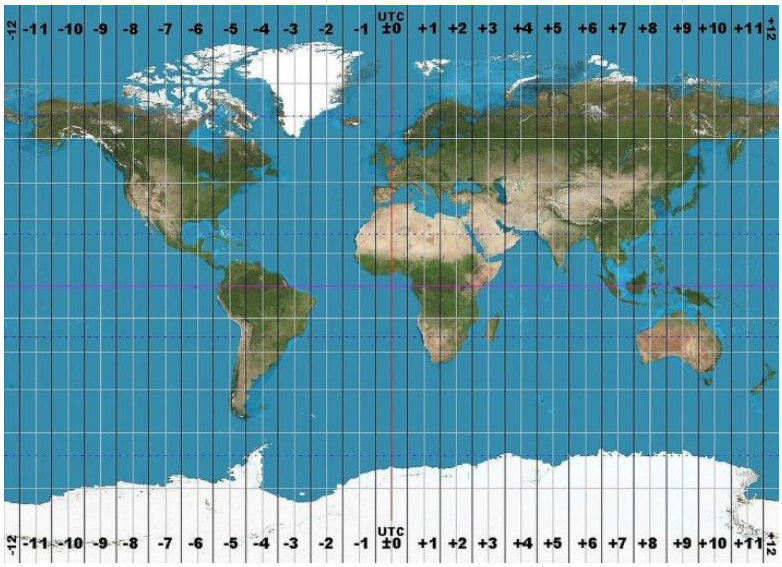
Der heutige Nullmeridian verläuft aber tatsächlich 102 Meter östlich des historisch durch die Sternwarte festgelegten Nullmeridians. Da 1884 auf Grund von örtlichen Gravitationsanomalien ein Messfehler bei der Festlegung gemacht wurde, sind die astronomischen Bezugspunkte fehlerhaft. Diese Bezugspunkte und der Erdmittelpunkt liegen in einer Ebene, die die Erdoberfläche 102 Meter weiter östlich trifft. Des Weiteren ist der Nullmeridian heutzutage nicht mehr fest an die Erdoberfläche gebunden, da beispielsweise durch Kontinentalverschiebung Meridiane nicht oberflächen-ortsfest sind. Stattdessen wird der gültige Nullmeridian durch ein modelliertes Geodätisches Datum[2] festgelegt.

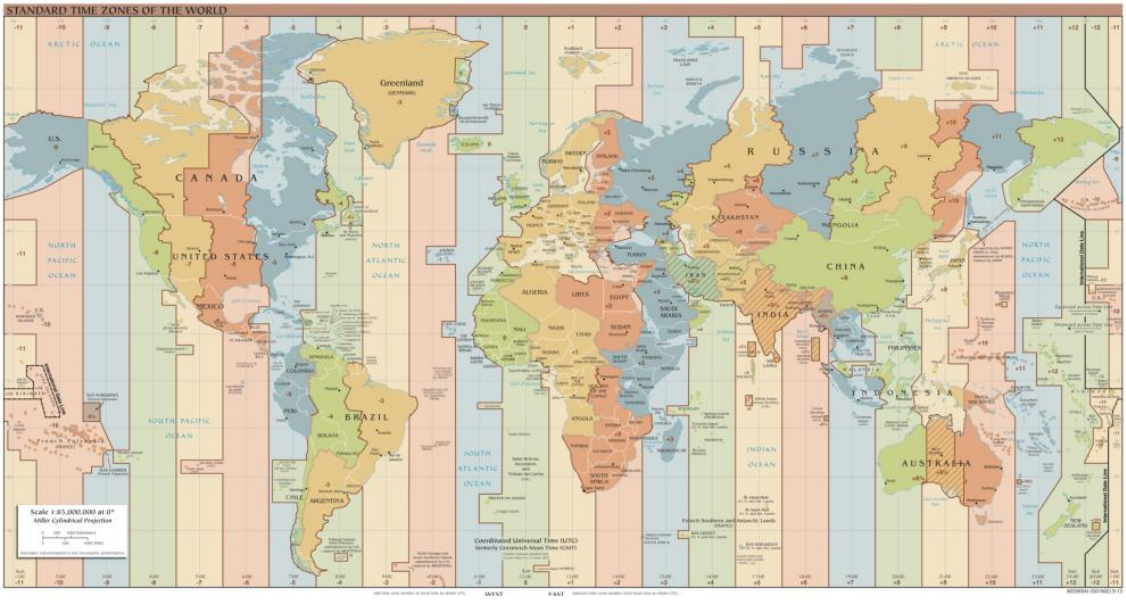
[2] Lage und Maßstab eines zwei- oder dreidimensionalen Koordinatensystems im Bezug auf ein geeignetes Referenzellipsoid

[2.1] https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Prime-meridian.jpg

Zeitzonen

Entlang jedes Meridians ist zur selben Zeit Sonnenhöchstand, also auch immer dieselbe Uhrzeit. Das bedeutet, dass man die geographische Länge auch in Zeiteinheiten angeben kann, woraus sich ergibt, dass 360° 24 Stunden entsprechen, bzw. 15° einer Stunde entspricht. Idealerweise unterteilt man also die Erde in 24 Kugelzweiecke, also Zeitzonen von jeweils einer Stunde alle 15°. Da sich in Greenwich, Großbritannien der Nullmeridian befindet und man auf Grund der Erdrotation nach Osten positiv zählt, entspricht der Ort auf dem 15. Meridian östlich +1 Stunde im Bezug auf die Greenwicher Ortszeit. Währenddessen entspricht der 15. Meridian westlich -1 Stunde. In diesem Idealfall würde die Zeitverschiebung zu den benachbarten Zonen immer genau eine Stunde betragen und es würde in einer Zeitzone die mittlere Sonnenzeit an den Zeitzonengrenzen maximal um eine halbe Stunde abweichen. Beim 180. Meridian östlich, sowie westlich befinden sich folgerichtig die Orte, welche gleichzeitig eine Ortszeit von +12 Stunden und -12 Stunden im Bezug auf Greenwich haben. Dem entsprechend befindet sich auf diesem Meridian die Datumsgrenze.





3, 4

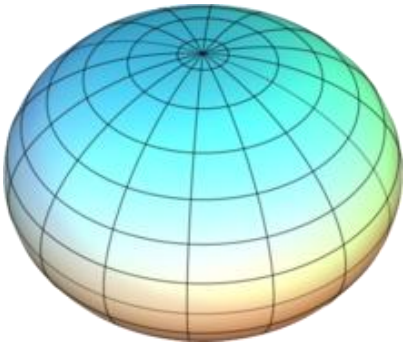
[3] https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Zeitzonen.jpg

[4] https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Standard_World_Time_Zones.png

In der Realität sehen die Zeitzonen allerdings anders aus, da Staatsgrenzen nicht an den Meridianen verlaufen. Die realen Zeitzonen sind vielmehr nach Osten und Westen verschoben. Deswegen können die Uhrzeiten um mehr als idealerweise eine halbe Stunde, teilweise sogar mehrere Stunden, von der mittleren Sonnenzeit abweichen. Staaten oder Staatenteile mit aus politischen Gründen gleich gewählter Zonenzeit bilden also eine tatsächliche Zeitzone. Insgesamt gibt es mehr als 24 Zeitzonen, da einige Staaten eine nicht ganzstündige Zeitverschiebung haben und an der Datumsgrenze die Zeitzone abhängig von der Wahl des Datums ist. So ergeben sich zum Beispiel auch die Zeitzonen UTC+13 und UTC+14. Weitere Unregelmäßigkeiten kommen zum Beispiel durch Staaten auf die eine weite Ost-West-Ausdehnung haben, aber aus praktischen Gründen nur wenige Zeitzonen besitzen wollen, wie zum Beispiel China mit nur einer realen Zeitzone.

Die Erde als Ellipsoid

Beim Gradnetz der Erde handelt es sich um Kugelkoordinaten. „In Kugelkoordinaten oder räumlichen Polarkoordinaten wird ein Punkt im dreidimensionalen Raum durch seinen Abstand vom Ursprung und zwei Winkel angegeben.“ [5] Also wird die Erde wie eine theoretisch perfekte Kugel gehandhabt, dass dies allerdings realitätsfern ist muss bei der Angabe eines Ortes durch geographische Koordinaten bedacht werden. Die Erde ähnelt eher einem Ellipsoid, die dreidimensionale Form einer Ellipse, was eine Verschiebung von bis zu 20 km bewirken kann, weil die Erde durch ihre Rotation an den Polen um etwa 0,3% abgeflacht ist.



Ein abgeplattetes Rotationsellipsoid[5.1]

Also muss man diese Verschiebung auf jeden Fall mit einberechnen, wenn genaue Angaben gebraucht werden. Dafür gibt es zwei Möglichkeiten, welche genutzt werden um die unregelmäßige Erdoberfläche genau darzustellen:

Zum Einen kann man über das Geoid, eine Bezugsfläche im Schwerefeld der Erde, welche durch den mittleren Meeresspiegel repräsentiert wird, die Erdfigur beschreiben. Die natürliche Lotrichtung steht senkrecht zur Geoidoberfläche. Demnach haben zwei Punkte auf dem Geoid das gleiche Schwerepotential und damit die gleiche dynamische Höhe. Die Schwerebeschleunigung $\boldsymbol{g}$ auf dem Geoid ist dagegen nicht konstant und sinkt, aufgrund der Zentrifugalbeschleunigung, von 9,83 an den Polen auf 9,78 m/s² am Äquator. Für die Praxis werden in einem regelmäßigen Raster die Lotabweichung (Differenz von Ellipsoidnormale und Lotlinie) und die Geoidundulation (Höhenunterschied zwischen Ellipsoid und Geoid) angegeben, somit können trotz der Abweichungen im Schwerefeld, durch zum Beispiel lokale Anomalien, präzise Vermessungsnetze berechnet werden. Allerdings scheidet diese Möglichkeit im Normalfall wegen eines zu großen Rechenaufwands aus.

---

[5] https://de.wikipedia.org/wiki/Kugelkoordinaten (Zugriff 3.5.18 17:29)

[5.1] https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:OblateSpheroid.PNG

Zum Anderen kann man ein Referenzellipsoid zur genauen Bestimmung der Erdfigur nutzen. Dies ist eine geometrisch definierte Rotationsfigur, die durch zwei Achsen Äquatorradius *a* und Polradius *b* festgelegt ist. Die genauen Werte für *a* und *b* sind verschieden und müssen wegen der variierenden mittleren Erdkrümmung einzeln festgelegt werden.

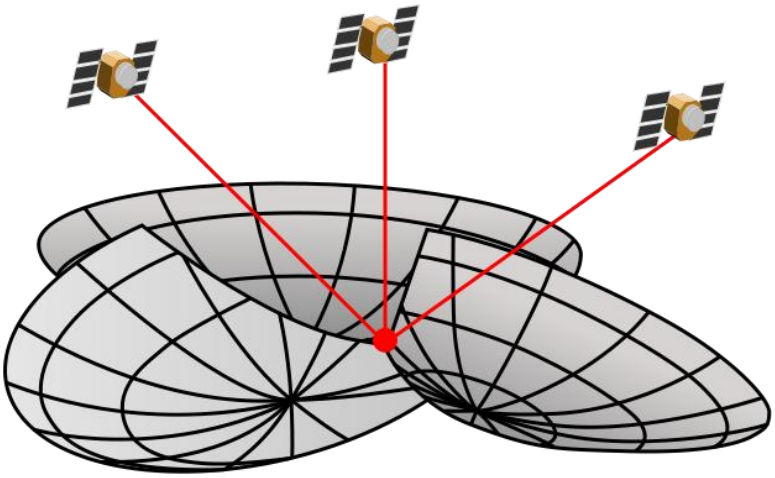
Ein Beispiel für ein funktionierendes und allgemein gültiges System ist das World Geodetic System 1984 (WGS 84), welches als geodätisches Referenzsystem als eine einheitliche Angabe der Erdoberfläche fungiert. Darin vereint sind ein Referenzellipsoid, das bestmöglich der Erdform angepasst ist, sowie ein Modell des Geoids, derzeit das EGM96 (Earth Gravitational Model 1996).

Global Positioning System

Im Gegensatz zu der veralteten Methode, welche wir für unser Projekt verwendet haben, nutzt man heutzutage das Global Positioning System (GPS) zur präzisen Standortbestimmung auf der Erde. Das US-Verteidigungsministerium begann in den 70er-Jahren mit der Entwicklung dieser satellitengestützten Positionsbestimmung, um 1985 das alte Satellitennavigationssystem NNSS der US-Marine abzulösen. Seit Mitte der 90er-Jahre und mit dem Abschalten der künstlichen Signalverschlechterung am 2. Mai 2000 ist GPS mit einer Genauigkeit von häufig besser als zehn Metern für zivile Personen voll nutzbar. Die Kontrolle liegt allerdings weiterhin beim US-Verteidigungsministerium. Was ursprünglich zur Positionsbestimmung im militärischen Bereich entwickelt wurde, wird heute in vielen zivilen Bereichen zur Navigation und Orientierung genutzt. Da GPS mittlerweile ein essentieller Bestandteil des Alltags geworden ist und eine extreme Bedeutung hat, stören sich viele Staaten an der Monopolstellung der Amerikaner. Beispielsweise hat Russland bereits während des kalten Kriegs das alternative GLONASS-System entwickelt, was ebenfalls weltweit funktionsfähig ist. In der Entwicklung befinden sich aktuell weitere GPS-Konkurrenzsysteme, wie das Satelliten-System Beidou von China und Galileo der Europäischen Union. Diese Systeme werden voraussichtlich um 2020 voll zur Verfügung stehen.

Die Arbeitsweise der verschiedenen satellitengestützten Navigationssysteme sieht wie folgt aus: Es werden über Funkcodes die genaue Position eines Satelliten der GNSS-Satellitenkonstellation und die Uhrzeit an den Empfänger übermittelt. Für die präzise Bestimmung seines Standortes muss dieser Empfänger Kontakt zu mindestens vier der Satelliten haben. Im Empfangsgerät werden aus den Pseudo-Signallaufzeiten, welche die erste Näherung der Distanz zwischen Sender und Empfänger aus der Laufzeit des Signals beschreiben, die aktuelle Position und der Uhrenfehler errechnet. Da sich Satelliten mit einer Geschwindigkeit von knapp 3,9 km/s bewegen, ändert sich die Distanz zum Empfänger fortwährend. Daher sind in den Satellitensignalen die regelmäßig abgeglichenen Daten über die Laufbahn enthalten, welche es ermöglichen die Position des Satelliten für jeden Zeitpunkt zu bestimmen.

Der individuelle Code mit den individuellen Bahndaten eines Satelliten wird bei GPS und GLONASS jede Millisekunde übermittelt, währenddessen gleicht der Empfänger die identisch erzeugten Satellitencodes über eine entsprechende Zeit- und Frequenzverschiebung an die empfangenen Satellitensignale an. Damit ergibt sich eine Zeitverschiebung, welche bei genau synchronisierten Uhren die Laufzeit der Satellitensignale entspräche; und die Strecke vom Satelliten zum Empfänger ergäbe bei Multiplikation mit der Signalgeschwindigkeit. Um die Zeitverschiebung exakt zu ermitteln müssten alle Empfänger mit einer Atomuhr ausgestattet sein, da das allerdings realitätsfern ist wird der Fehler der Empfängeruhr ermittelt und bei der Positionsberechnung berücksichtigt. Da also zur Standortberechnung vier Unbekannte benötigt werden, nämlich drei Raumkoordinaten und den Uhrenfehler, braucht der Empfänger die Signale von vier Satelliten.



Schnittpunkt von drei Kugelflächen, welcher die genaue Angabe der Position ermöglicht. [6]

Die GNSS-Satellitenkonstellation besteht immer aus 24-30 Satelliten in ca. 25 000 km Höhe, sodass möglichst immer vier Satelliten für das Empfangsgerät erreichbar sind. Beim GPS sind es üblicherweise sechs bis zwölf Satelliten.

Die ermittelten Koordinaten beziehen sich beim GPS auf das Koordinatensystem WGS84. Es ist genauso wie die verwendete Zeit durch das Navigationssystem definiert. Da bei der GPS-Systemzeit Schaltsekunden nur alle zwei Jahre angeglichen werden, weicht diese Zeit um einige Sekunden von der UTC ab. Außerdem muss beachtet werden, dass das verwendete Koordinatensystem von anderen abweichen kann und daher Differenzen in der geographischen Länge, geographischen Breite und der Höhe über dem Referenzellipsoid entstehen können.

Astronomische Theorie:

Allgemeines zur Himmelskugel

Für die Beschreibung der Bewegung von Himmelskörpern aus unserer Perspektive benötigen wir ein Koordinatensystem am Himmel. Daher nutzen wir eine scheinbare Himmelskugel, welche mathematisch einer geozentrischen Einheitskugel entspricht, zur Darstellung unseres Himmels.

[6] https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:GPS_Spheres.svg

Bei dieser Himmelskugel handelt es sich um ein Modell in Form einer gedachten Hohlkugel, welches den Himmel über dem Beobachter auf der Erde so darstellt wie er ihm erscheint.

Also werden hierbei Faktoren, durch die ein Stern tatsächlich eine andere Position hat als die an der er zu stehen scheint, außer Acht gelassen. Diese Einheitskugel dient als Rechenfläche für Koordinaten in der Astronomie.

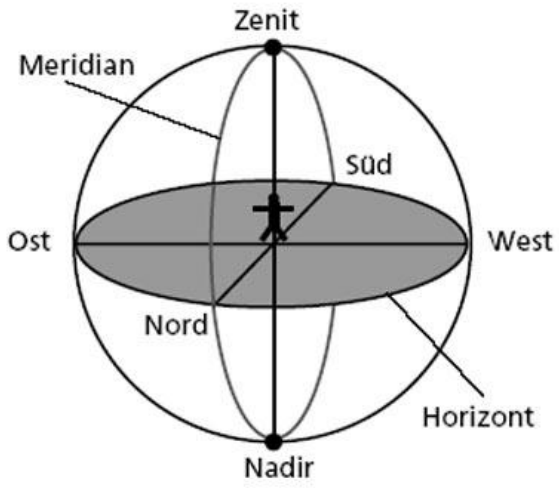
Man nutzt zwei Winkel der Kugelkoordinaten, während der dritte Winkel als Entfernung in der Regel nicht verwendet wird. Es ist für den Zweck der Beobachtung ausreichend die Richtung eines Sternes an der gedachten Himmelskugel anzugeben, da die Himmelskörper eine derart große Entfernung zur Erde haben.

Im Folgenden wird es um eine Auswahl von verschiedenen astronomischen Koordinatensystemen gehen, die aus praktischen Gründen in der Astronomie verwendet werden um die Position von Himmelskörpern anzugeben.

Das Horizontsystem

Auf Grund der Rotation der Erde wirkt es für den Beobachter auf dieser so, als würden sich die Sterne über ihn hinwegbewegen. Da sich die Erde von Westen nach Osten um die eigene Achse dreht, bewegen sich die Sterne augenscheinlich von Osten nach Westen. Daraus resultiert ein Koordinatensystem für den Himmel um die Position der Sterne angeben zu können. Das uns am besten bekannte astronomische Koordinatensystem ist das Horizontsystem, da es eins für jeden Punkt auf der Erde gibt. Dieses Koordinatensystem ermöglicht für jeden Beobachter die bestmögliche Angabe der Position von Himmelskörpern am Sternenhimmel, allerdings hat jeder sein eigenes und somit ist das große Problem des Horizontsystems, dass es nicht einheitlich ist.

[7]

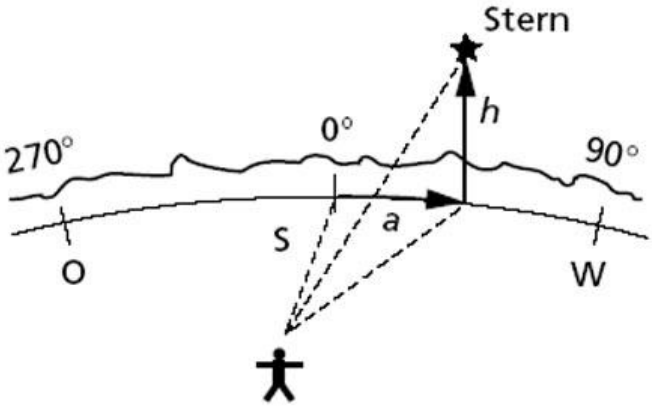


Bei diesem System ist der idealisierte irdische Horizont des Beobachtungsortes die Bezugsebene. Diese Bezugsebene lässt sich in die vier Himmelsrichtungen unterteilen, um eine grobe Richtungsangabe über die Position eines Himmelskörpers zu machen. Es wird allerdings eine präzisere Richtungsangabe gebraucht, weswegen man die Himmelsrichtungen in Winkelgeraden, genannt Azimut *a*, aufteilt.

[7] http://www.mgf-kulmbach.de/material/gk/anfang/hor_1.jpg

Ausgehend von der Südrichtung (a=0°) zählt man in Uhrzeigerrichtung zuerst nach Westen (a=90°) über Norden (a=180°) nach Osten (a=270°). Wenn man nun eine imaginäre Linie von Süden über den Zenit der Himmelskugel nach Norden zieht, erhält man den sog. örtlichen Meridian des Horizontsystems.

Da die Sterne unterschiedlich hoch am Himmel stehen, braucht man zusätzlich zur Richtung eines Himmelskörpers seine Höhe *h* über dem idealisierten Horizont. Mit dieser zweiten Koordinate, welche ebenfalls in Winkelgraden gemessen wird, können dann genaue Angaben über die Position eines Himmelskörpers auf dem zweidimensionalen Modell der Himmelskugel gemacht werden. Die Höhe im Horizont beträgt 0° und im Zenit 90°. Befindet sich der Stern unter dem Horizont, so verwendet man eine Höhe mit negativem Vorzeichen. Also hat der Nadir, welcher dem Zenit gegenüber liegt, eine Höhe von -90°. Also ist es nun möglich mit der Koordinate (a|h) jeden Punkt auf der Himmelskugel exakt anzugeben. [8]



Um abschließend erneut auf die Bewegung der Himmelskörper zurückzukommen ergibt sich für die Bewegung der meisten Sterne im Horizontsystem Folgendes: sie gehen in der Osthälfte auf und wandern über ihren Hochpunkt auf dem örtlichen Meridian bis sie in der Westhälfte untergehen.

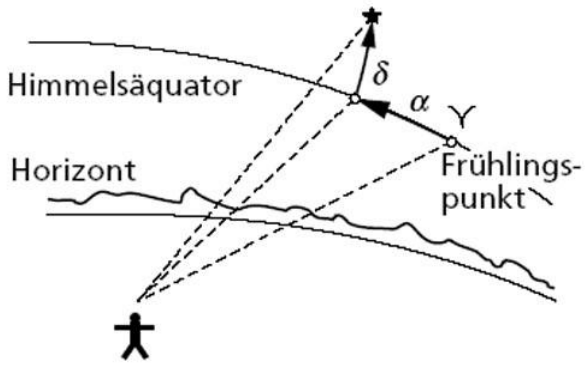
Das bewegliche Äquatorsystem

Der entscheidende Nachteil des Horizontsystems wurde oben bereits erwähnt. Für allgemein gültige Angaben am Sternenhimmel benötig man also ein festes System, welches für alle Orte auf der Erde gleichermaßen gilt. Dieses System ist das Äquatorsystem, dass sich die raumfeste Rotationsachse der Erde zu Nutze macht. Diese Rotationsachse liegt senkrecht auf der Äquatorebene, welche damit ebenfalls fest im Raum steht. Somit ist sie ein geeigneter Ersatz für den individuellen Horizont als Bezugsebene im Koordinatensystem. Im Endeffekt ergibt sich also der Himmelsäquator aus der Äquatorebene der Erde.
Nun kann man die erste von zwei Koordinaten zur Positionsbestimmung eines Sternes festlegen, da Sterne immer den gleichen Winkelabstand zum Himmelsäquator haben. Diesen konstanten Winkelabstand nennt man Deklination δ. Man zählt hierbei von 0° beim Himmelsäquator zu 90° beim Himmelsnordpol, welcher über dem geographischen Nordpol liegt. Nach Süden zählt man entsprechend negativ.

[8] http://www.mgf-kulmbach.de/material/gk/anfang/hor_3.jpg

Verglichen mit den geographischen Koordinaten ist die Deklination die geographische Breite φ. Die zweite Koordinate wird auf der Erde durch die geographische Länge λ angegeben, wobei der Nullmeridian durch Greenwich verläuft. Dementsprechend muss man im Äquatorsystem ebenfalls einen willkürlichen Nullpunkt auf dem Himmelsäquator bestimmen.

Dafür wurde der Punkt an dem sich die Sonne bei Frühlingsanfang, von der Erde aus betrachtet, befindet ausgewählt, der sog. Frühlingspunkt. Der Winkelabstand eines Sternes zum Frühlingspunkt auf dem Himmelsäquator wird Rektaszension *a* genannt. Die Rektaszension wir in Richtung der Erdrotation von Westen nach Osten gezählt, wobei man ein Stundenmaß von 0 bis 24 Stunden verwendet.



Mit diesen zwei Angaben kann nun jeder Punkt auf der Himmelskugel wie beim Horizontsystem mit einer Koordinate (a| δ) angegeben werden, mit dem entscheidenden Unterschied, dass diese Koordinate für alle Beobachter zu jeder Zeit identisch ist. Deshalb wird das Äquatorsystem in der Astronomie häufig verwendet.
[9]

Fixsterne haben eine konstante Rektaszension und Deklination. Dies gilt allerdings nicht für Sonne, Mond und Planeten, da diese Himmelskörper eine physikalisch bedingte Eigenbewegung haben, die sich zusätzlich zur scheinbaren Bewegung durch die Erdrotation bemerkbar macht.
Des Weiteren lässt sich schlussfolgern, dass die Höhe des Himmelspols über dem Horizont der geographischen Breite φ des Beobachters entspricht. Dieser Umstand geht aus der Tatsache hervor, dass einem der Himmelsnordpol im Zenit erscheint, wenn man sich am Erdnordpol befindet bzw. am Horizont, wenn man sich am Äquator befindet.
Aus dieser Tatsache und anderen Eigenschaften des Äquatorsystems lassen sich Aussagen für die nördliche Erdhalbkugel treffen, wie dass man die Höhe eines jeden Sterns über dem Südhorizont, also auf dem örtlichen Meridian, angeben kann. Man berechnet die Höhe mit: $\mathbf{h = 90° - \varphi + \delta}$
Wenn Sterne dieselbe Deklination wie der geographische Standort des Beobachters auf der Erde besitzen, dann erreichen sie ihre größte Höhe im Zenit über diesem Beobachter. Zum Beispiel erscheint einem Beobachter der Polarstern im Zenit, wenn er sich in der Nähe des Nordpols (φ=90°) der Erde befindet, da dieser eine Deklination von 89,25° besitzt.
Außerdem geht ein Fixstern immer an einem Punkt auf bzw. unter. Diese Punkte liegen symmetrisch zum Meridian.

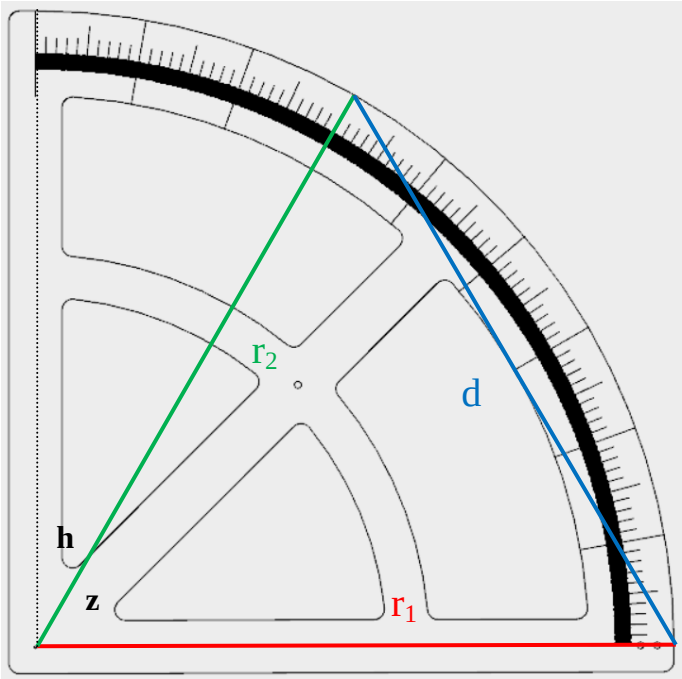
[9] http://www.mgf-kulmbach.de/material/gk/anfang/hor_9.jpg

Es gibt sog. zirkumpolare Sterne, die weder auf- noch untergehen. Sie haben eine Deklination **$\delta > 90° - \varphi$**. Also sind am Erdnordpol immer alle Sterne auf der Nordhalbkugel der Himmelskugel zu sehen, während am Äquator jeder Stern auf- und untergeht.
Im Gegensatz dazu gibt es Sterne, die nie zu sehen sind. Diese Sterne haben eine negative Deklination **$\delta < \varphi - 90°$**. Sie befinden sich also südlich des Himmelsäquators und sind daher von der Erde verdeckt.

Verzerrungsfaktor des Pendelquadranten

Wie in einem anderen Kapitel beschrieben hatten wir die Möglichkeit den Pendelquadranten mit höchster Präzision anfertigen zu lassen. Vor allem ist hierbei die Skala wichtig, welche möglichst genau sein sollte. Da diese Genauigkeit entscheidenden Einfluss auf die Arbeit mit dem Pendelquadranten hat, wollen wir sie im Folgenden mit der Berechnung eines möglichen Verzerrungsfaktors prüfen. Falls die Skala tatsächlich verzerrt sein sollte, kann man diesen Fehler im Nachhinein in den Ergebnissen der Messung korrigieren, um so eine möglichst genaue Errechnung des Standortes auf der Erde durchzuführen.

Zum einen haben wir unsere abgelesenen Werte $\hat{h}$ von der Messung, um diese bestätigen zu können oder zu korrigieren brauchen wir zum anderen die noch unbekannten richtigen Werte h. Nun müssen wir diese beiden Werte vergleichen, um den Kreisteilfehler ($h - \hat{h}$) für unsere abgelesenen Werte $\hat{h}$ zu ermitteln. Die richtigen Werte h errechnet man wie folgt:



Man nutzt den Satz des Pythagoras und braucht deswegen drei Strecken. Für die erste Kathete braucht man die Länge der Strecke zwischen dem äußersten Rand der 90° Markierung und dem Punkt an dem das Lot festgemacht ist (**r_1**). Außerdem benötigt man für die zweite Kathete die Länge der Strecke zwischen dem Punkt an dem das Lot befestigt ist und dem äußersten Rand der Skala am jeweiligen gemessenen Wert (**r_2**). Zum Schluss muss man noch die Hypotenuse, also die Strecke zwischen dem äußersten Rand der Skala am jeweiligen gemessenen Wert und dem äußersten Rand der 90° Markierung, vermessen (**d**). Um den richtigen Wert h ausrechnen zu können benötigt man nun noch zwei Winkel. Einmal den Winkel zwischen den beiden Katheten (**r_1** und **r_2**), welcher mit **z** bezeichnet wird und den Winkel zwischen **r_2** und der Strecke von der 0° Markierung zum Punkt an dem das Lot festgemacht ist, welcher als **h** bezeichnet wird.

Diese Werte verwendet man jetzt im Cosinussatz:

$$\mathbf{d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2\, r_1\, r_2 \cos(z)}$$

Zudem gilt:

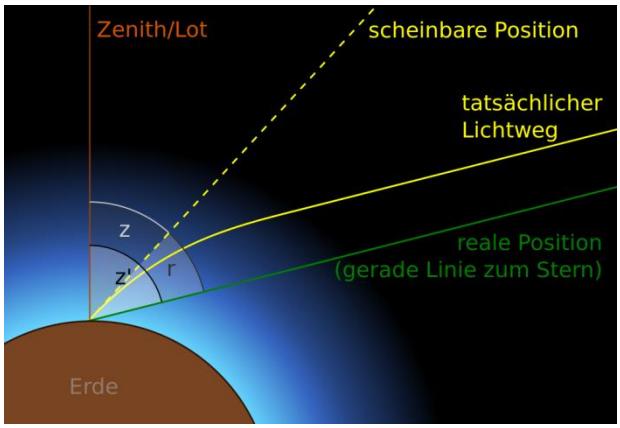
$\mathbf{z = 90° - h}$ und $\mathbf{\cos(z) = \cos(90° - h) = \sin(h)}$

Daraus folgt nun der richtige Wert *h*:

$$h = \mathbf{\arcsin\left[\left(r_1^2 + r_2^2 - d^2 \right) : \left(2\, r_1\, r_2 \right) \right]}$$

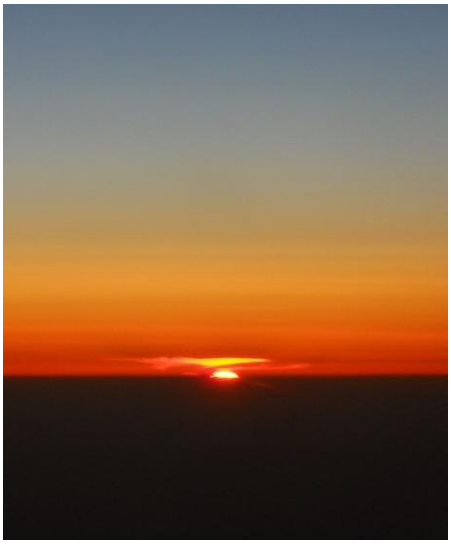
Astronomische Refraktion:

Die astronomische Refraktion stellt ein Problem bei der Beobachtung von Himmelskörpern von der Erde aus dar. In der irdischen Atmosphäre werden von außen eintreffende Lichtstrahlen gebrochen und ändern so ihre Richtung. Dabei werden die Lichtstrahlen in gleicher Richtung wie die Erdkrümmung nach unten umgeleitet, allerdings beträgt die stärkste Krümmung in Bodennähe maximal 10-15% der Erdkrümmung. Im Endeffekt erscheint der Stern für den Beobachter also an einer höheren Stelle als er tatsächlich ohne Refraktion steht. [10]



Veränderung der tatsächlichen Position eines Sterns durch die Refraktion

Wenn man sich auf Meereshöhe befindet, ist bei Auf- und Untergang eines Gestirns die Refraktion mit einer Abweichung des horizontal einfallenden Lichts um 0,6° am stärksten, während bei einem im Zenit stehenden Gestirn die Refraktion gar keine Rolle spielt. Zum Beispiel steht die Sonne während sie den Anschein macht gerade unterzugehen bereits bis zu 120% ihres Durchmessers tiefer (s. Bild). [11]



Die Stärke der Refraktion hängt von der Zenitdistanz des zu beobachtenden Objekts und von verschiedenen atmosphärischen Parametern ab. Entscheidend sind Luftdruck und Temperatur, beispielsweise sinkt die Refraktion um etwa 50% auf 5km Höhe im Vergleich zum Meeresniveau. Allerdings verändern auch ständig auftretende Anomalien in der Atmosphäre die Stärke der Refraktion, welche somit ohne professionelle Ausrüstung kaum mit voller Genauigkeit bestimmt werden kann.

---

[10] https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Astrorefraction-de.svg
[11] https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:56%C2%B0%C2%B2_Sonnenuntergang_%C2%BC_H~11km.JPG

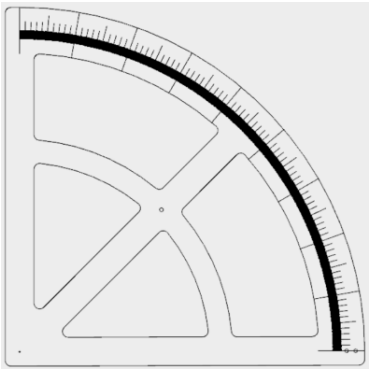
Die Berechnung der astronomischen Refraktion erfolgt nach einer Formel, welche atmosphärische Parameter und die Winkelfunktion der Zenitdistanz berücksichtigt. Für eine Zenitdistanz von **z = 90° - h (Höhenwinkel) < 70°** kann man die Refraktion *r* so auf Meereshöhe näherungsweise bestimmen:

$$\mathbf{r = 60'' \tan(z) - 0{,}06'' \tan^3(z)}$$

Herstellung:

Überlegung

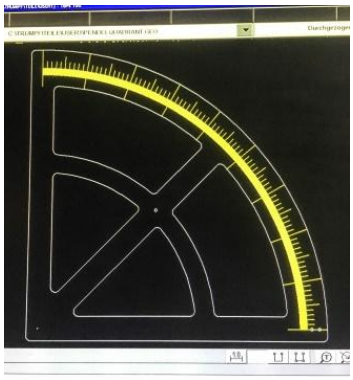
Die Herstellung hat mit der Frage begonnen wie man bestmöglich auf einem Pendelquadranten eine genaue Skala graviert, jedoch den Pendelquadranten nicht zu groß und zu schwer werden lässt. Um diese Frage zu klären haben wir verschiedenen Materialien und Größen durchgerechnet, die in Frage kämen. Am Ende haben wir uns für einen ¼ Kreis mit einem Radius von 60 Zentimeter und einer Material Stärke von drei Millimetern entschieden. Unser gewähltes Material war rostfreier Stahl, welcher die gewünschte Stabilität versprach. Um weiteres Gewicht zu sparen planten wir Aussparungen im mittleren Bereich, wobei die Stabilität und die Aufhängung in der Mitte, die später mit dem Kugelkopf verbunden wird, beachtet werden mussten. Die Skala sollten wir auf den 1/10 Grad genau werden, daher setzten wir 900 Markierungen. Dafür brauchten wir eine hoch präzise Maschine, weshalb wir uns für eine Laserstrahlschneidemaschine entschieden haben.



Um die Laserstrahlscheidemaschine zu programmieren mussten wir ein Computermodell des Pendelquadranten erstellen. Dafür haben wir die Schüler und Studenten Version von Fusion 360 genutzt und wurden vom Jugend forscht-Gewinner Tobias Gerbracht dabei unterstützt. In dem Programm haben wir mit dem ¼ Kreis begonnen und diesen mit unserer Skala versehen. Wir haben mit den 10 Grad Linien begonnen und die Skala immer weiter aufgeteilt. Um ein unkompliziertes ablesen zu gewährleisen, haben wir die 10°, 5°, 1° und 0,1° Linien kürzer gezeichnet. Damit man den Pendelquadranten aufhängen kann, ohne dass dieser sich weg dreht, wurde mit Hilfe des Programmes der Massenmittelpunkt bestimmt. Zu diesem Punkt wurden die Verstrebungen ausgerichtet und die Stellen für die Aussparungen festgelegt. Zuletzt wurden noch die Löcher für die Schrauben des Suchers, der Fotoplatte, des Kugelkopfes und für das Pendel platziert.

Anfertigung des Pendelquadranten bei C.A.PICARD

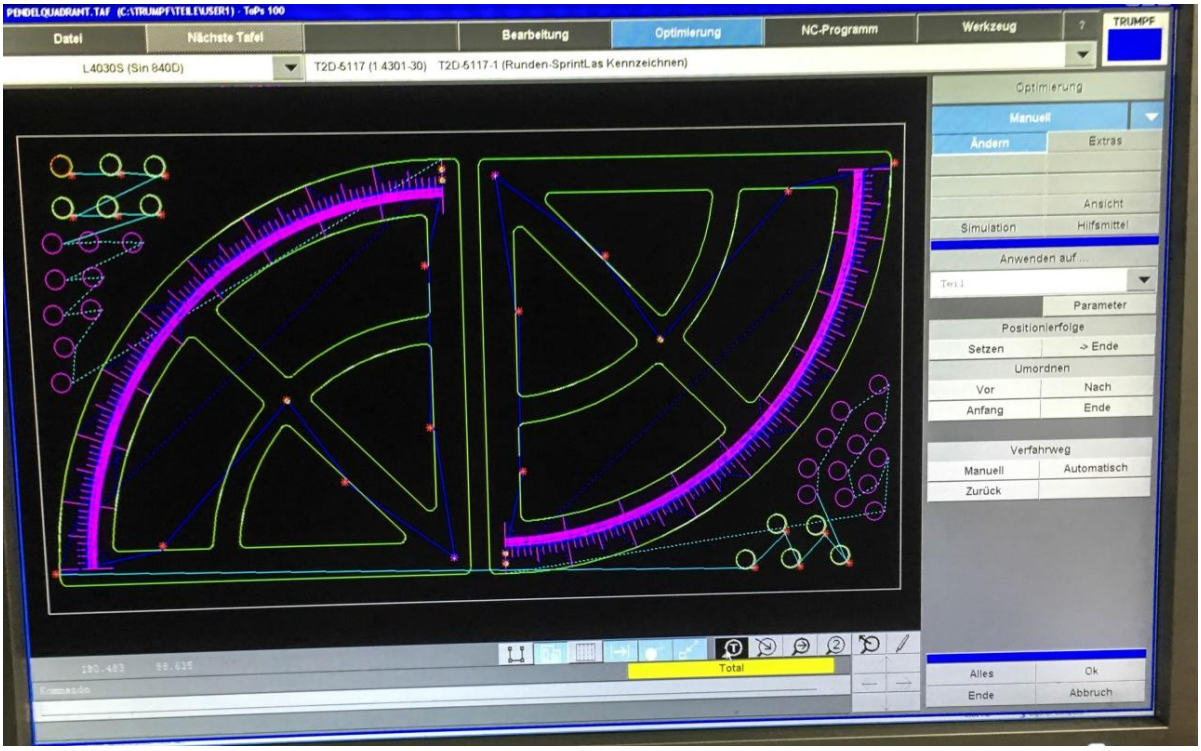
Am Donnertag den 29.03 ging es gemeinsam mit Tobias Gerbracht zu C.A.PICARD. Nach der Ankunft haben wir am Empfang Besucherausweise bekommen und sind anschließend durch den Betrieb zu der Laserstrahlschneidemaschine gegangen, wo wir von Herrn Simon empfangen wurden. Er hat uns sehr freundlich begrüßt und uns den Ablauf erklärt.



Wir haben damit angefangen unser Modell auf einem Computer einzulesen. Um es für die Maschine lesbar zu machen, wurde das Modell mit Hilfe eines Computerprogrammes umgewandelt. Danach haben wir alle Linien, die nur graviert und nicht geschnitten werden sollten, gelb eingefärbt.

Als nächstes mussten wir die Datei verschachteln. Das geschieht mit Hilfe eines weiteren Computerprogramms, welches unserer Modell zwei Mal auf ein virtuelles Werkstück platziert und wir es nur noch ausrichten mussten. Außerdem haben wir noch Kreise in die Datei hinzugefügt, welche vor dem eigentlichen Quadranten ausgeschnitten bzw. graviert wurden, um zu überprüfen ob die Maschine richtig kalibriert ist und das Werkstück richtig trennt, aber nicht zu tief graviert.

Des Weiteren haben wir die Startpunkte, die auch Anfahrtspunkte genannt werden, für den Laser gesetzt. An diesem Punkt wird der Laserstrahl das Material einbrennen. Diese sind im nachfolgenden Bild als rote Punkte dargestellt. Sie müssen so gewählt werden, dass sie an möglichst unauffälligen Stellen platziert sind, sowie die Funktion nicht beeinträchtigen. An diesen Punkten entstehen schwarze Stellen, die manchmal einen kleinen Grad haben.



Nach Abschluss dieses Vorganges, setzt das Programm eine Route (blaue Linien). In dieser Reihenfolge wird die Maschine das Werkstück bearbeiten. Diese Route wurde manuell angepasst, damit zuerst alle Test Kreise angefahren werden und danach die Maschine zum gravieren übergeht. Zum Schluss werden die Pendelquadranten ausgeschnitten.

Die Reihenfolge ist sehr wichtig, denn wenn die Laserschneidemaschine zuerst schneidet und dann graviert können schnell Ungenauigkeiten entstehen, da das Risiko sehr groß ist, dass das Fertigungsstück verschoben wird. Diese Reihenfolge wiederholt sich bei dem zweiten Pendelquadranten. Es werden zuerst wieder die Testlöcher ausgeschnitten, die Testkreise und die Skala auf den Pendelquadranten graviert und zuletzt der Pendelquadrant ausgeschnitten.

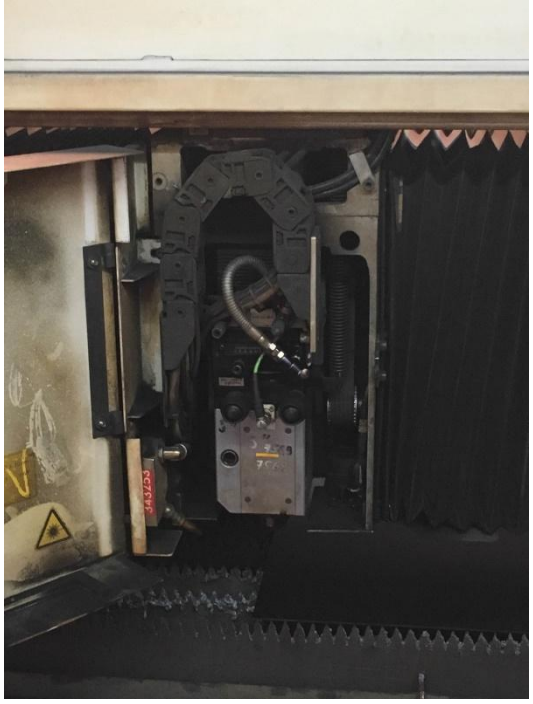
Das Loch für den Faden hat uns vor ein Problem gestellt, da die Laserschneidemaschine keine kleineren Löcher machen kann als die Dicke des Werkstücks. In unserem Fall beträgt dieser Durchmesser drei Millimeter, da dies ist jedoch zu groß für den Faden ist, könnte bei einer Beobachtung mit dem Pendelquadranten zu Ungenauigkeiten kommen. Deswegen haben wir überlegt einen Einschuss zu machen, was bedeutet den Laser nur einzuschalten ohne ihn zu bewegen, um ein Loch einzubrennen, welches genau so entsteht wie auch die Startpunkte. Der Nachteil daran ist, dass man ein großes Risiko eingeht, ein Loch zu erhalten, welches nicht rund ist. Dies hätte zur Folge, dass sich unser Faden nicht mehr richtig austarieren könnte, weil er hängen bleibt oder in einen spitzen Punkt rutscht und die Messungen noch stärker beeinträchtigen würde, als die erste Lösung mit einem drei Millimeter großen Loch. Um noch einmal sicher zu gehen haben wir die Messabweichung berechnet, die durch das etwas zu große Loch entstehen würde. Da diese aber so gering wäre, dass sie mit dem bloßen Auge auf unserer Skala nicht zu erkennen wäre, entschieden wir uns für diese Lösung. Um die Ungenauigkeiten trotzdem weiter einzugrenzen planten wir den Faden mit einer Heißklebepistole mittig in das Loch einzukleben. So kann der Faden frei schwingen und sich immer gut austarieren.

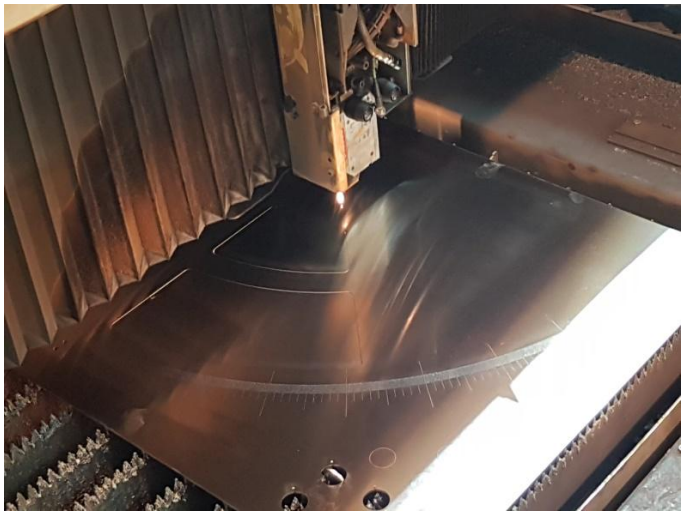
Als wir dies fertiggestellt hatten, konnten wir das Programm zu der Laserstrahlschneidemaschine schicken. Anders als bei üblichen CNC-Dreh-/Fräsmaschinen die ein Arbeiter noch selbst programmieren muss, kann diese Maschine die Datei selbstständig umprogrammieren. Deswegen lernen die Mitarbeiter diese Programmiersprache gar nicht.

Mit dem nächsten Arbeitsschritt haben wir die Metallplatte, die CA.PICARD extra für uns gehärtet und geschliffen hat, auf dem Arbeitstisch in die Maschine gefahren. Zuvor wurden die Parameter im Bedienfeld der Maschine überprüft, um danach mit der Maschine die Metallplatte genau zu messen, damit bei späteren Arbeitsschritten keine Abweichungen entstehen.

Der Laserstrahl wird in einem Metallkasten an der vorderen Seite der Maschine erzeugt und durch mehrfaches spiegeln gebündelt. Das passiert an der linken Seite der Maschine auf einer ca. 5 Meter langen und geraden Strecke. Danach wird er zu dem Kopf gespiegelt - dieser ist in den beiden nachfolgenden Bildern zu sehen. Um es anschaulicher zu machen, wurde die Abdeckkappe abgenommen, in der der Laserstrahl durch ein Brennglas noch mal gebündelt wird, bevor er auf das Werkstück treffen kann.

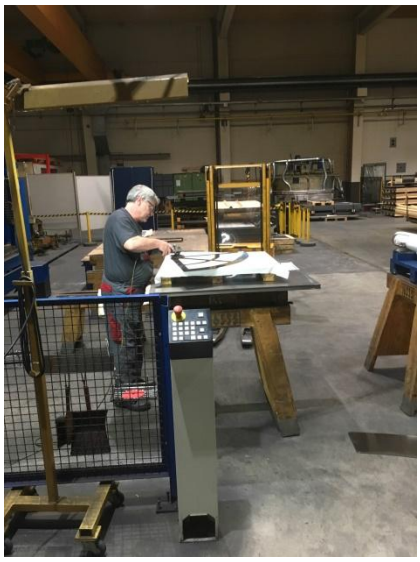
Der Laser besitzt eine Kraft von 4000 Watt – dies war vor 18 Jahren, als die Maschine gebaut wurde, eine unvorstellbare Menge. Man dachte damit wäre das Limit der Technik erreicht, aber mittlerweile haben die Laser moderner Laserstrahlschneidemaschinen eine Kraft von ca. 20000 Watt. Das Brennglas ist ein sehr wichtiges Bauteil, gleichzeitig birgt es aber eine Menge Risiken; wenn es nicht sauber ist oder verkratzt, kann es sehr schnell überhitzen und es wird höchst gefährliches Nervengas freigesetzt. Deswegen gibt es dafür einen extra Notfallplan, um die Betriebshalle im Notfall schnell zu schließen und zu evakuieren.



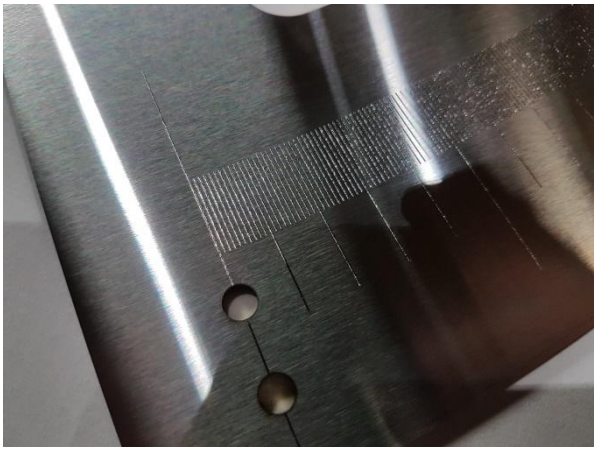


Während der Laser das Metall geschnitten hat, wurde darauf geachtet, dass der Kopf nicht an den Restteilen der Metallplatte hängen bleibt. Würden diese stecken bleiben und nicht wie geplant in die Lücken des Arbeitstisches fallen, so müsste man die Maschine sofort stoppen und die Reste entfernen, um einen Zusammenstoß mit dem Kopf, aus dem der Laserstrahl kommt, zu vermeiden. Ein solcher Zusammenstoß hätte zur Folge, dass das Werkstück verrutscht und beschädigt wird. Damit würde das Werkstück unbrauchbar werden, was eine Menge Kosten nach sich zieht. Da die Arbeitsstunden sehr teuer sind und man viel hochwertiges Material wegschmeißen müsste.

Nach Beendigung der Arbeiten mit dem Laser, wurde der Arbeitstisch hinten aus der Maschine gefahren und man konnte die Pendelquadranten entnehmen. Nun wurde die Rückseite geschliffen, um den Grad zu entfernen. Die Innenseite wurde noch mit einem Diamantschmirgelpapier bearbeitet und die Vorderseite mit einem Tellerschleifer auf Hochglanz poliert, um die hochgespritzte Schlacke zu entfernen.



Das Ergebnis ist sehr gut geworden. Die Skala ist gut ablesbar und zeigt keine Fehler, die einzelnen Linien sind klar voneinander getrennt und alle Löcher haben den richtigen Durchmesser. Außerdem sind keine unerwünschten Kanten oder Schlackereste zu erkennen und der Massenmittelpunkt wurde richtig gewählt.



Nach unserem Aufenthalt bei C.A.PICARD wurde noch das Pendel angebracht. Dazu wurde die Angelschnur an einem Lot befestigt und diese Schnur in das dafür vorgesehene Loch mit einer Heißklebepistole mittig eingeklebt. Außerdem wurde die Halterungen für den Sucher und den Kugelkopf angeschraubt.

Beobachtung:

Die Messung des Sonnenwinkels

Das Ziel der Messreihe ist es, den Standort auf der Erde zu bestimmen. Um den Standort berechnen zu können, muss man den Winkel der Sonne zur Erde messen und die Uhrzeit der Messung festhalten. Unsere Messung wurde mit Hilfe eines Pendelquadranten zeitlich um den Sonnenhöchststandes durchgeführt.

Die Messung wurde mit folgenden Materialien durchgeführt:

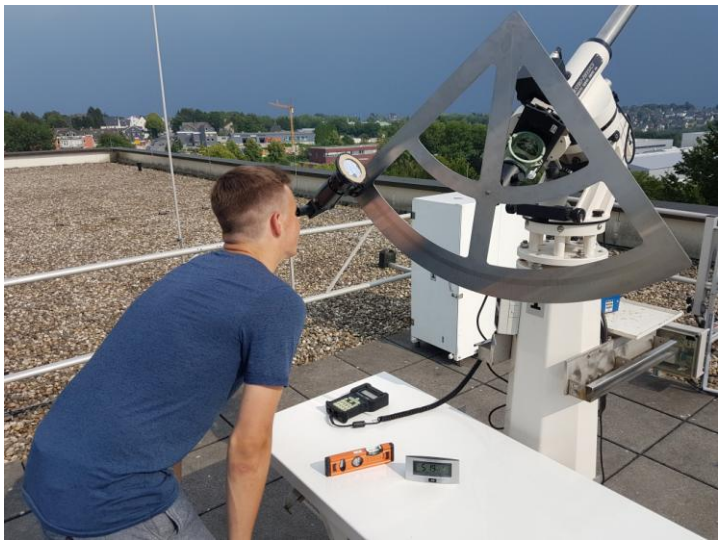
Pendelquadranten; Angelschnur; Lot; Sucher; Kugelkopf; Stativ oder Insel der Sternenwarte; Wasserwage; Maßband; Sonnenblende; Bedieneinheit für die Station der Sternenwarte.

Aufbau:

Der Versuch wurde an der Sternwarte des Carl-Fuhlrott-Gymnasiums in Wuppertal durchgeführt. Um den Versuch durchzuführen benötigt man einen Pendelquadranten, dessen Herstellung schon vorab beschrieben wurde. An einer der sechs Aufbauten der Sternwarte wurde der Pendelquadrant aufgebaut. Dazu musste zuerst das Teleskop abgenommen und der Motor an den Strom angeschlossen werden. Außerdem wurde die Fernbedienung angeschlossen, um die Station nachher auf die Sonne zu richten. An Stelle des Teleskops wird eine Halterung mit Schraube für das ¼ Zoll Fotogewinde des Kugelkopfes angebracht. Danach kann der Kugelkopf auf die Halterung geschraubt und das Verbindungsstück an den Pendelquadranten montiert werden. Dazu haben wir eine normale M5 Schraube benutzt. Nachdem dieses Bauteil angebracht wurde, kann man den Pendelquadranten an dem Kugelkopf anbringen. Um die Sonne anschließend genau anpeilen zu können, montiert man noch den Sucher, hierbei muss man besonders darauf achten, dass die Sonnenblende angebracht wurde, um nicht die Augen zu gefährden. Der Sucher musste mit einer Wasserwage und einem Maßband möglichst parallel zu dem Pendelquadranten ausgerichtet werden, damit nur möglichst geringe Abweichungen entstehen. Zuletzt musste der Sucher mit Hilfe der Fernbedienung auf die Sonne gerichtet werden, so dass sie genau mittig auf dem Fadenkreuz sitzt.

Durchführung

Nach dem vollständigen Aufbau des Messinstrumentes begonnen wir um 12:30 Uhr MESZ unserer Messung. Dabei stellten wir das Fadenkreuz des Suchers alle 5 Minuten mit einer Fernsteuerung mittig auf die Sonne ein und lasen umgehend danach den auf der Skala durch das Pendel angezeigten Wert ab. Dieses Vorgehen wurde 24 Mal bis um 14:30 Uhr MESZ wiederholt, dabei nahmen wir die Uhrzeit von der Website: https://www.uhrzeit.org/atomuhr.php und lasen diese auf einem Smartphone ab.



Werte der Messung

Die unbereinigten Ergebnisse unserer Messung des Sonnenstands am 21. April 2018 zwischen 12:30 Uhr und 14:30Uhr in Abständen von fünf Minuten am Carl-Fuhlrott-Gymnasium in Wuppertal (N 51° 13´ 49.5´´, O 7° 08´ 29.0´´):

Uhrzeit:	**Höhe über dem Horizont ($\hat{h}$):**
12:30	48,6°
12:35	48,8°
12:40	49°
12:45	49,3°
12:50	49,5°
12:55	49,7°
13:00	49,9°
13:05	50,2°
13:10	50,4°
13:15	50,6°
13:20	50,7°
13:25	50,8°
13:30	50,9°
13:35	50,8°
13:40	50,7°
13:45	50,6°
13:50	50,3°
13:55	50,1°
14:00	49,9°
14:05	49,6°
14:10	49,5°
14:15	49,2°
14:20	49°
14:25	48,9°
14:30	48,6°

Nun gilt es die gemessenen Werte zur Höhe der Sonne über dem Horizont gemäß den oben beschriebenen Verfahren zu korrigieren, um möglichst verlässlich mit ihnen arbeiten zu können.

Fehlerdiskussion:

Obwohl die gemessenen Werte dem tatsächlichen Sonnenstand sehr nahe kommen, gibt es doch noch Potenzial für Fehler. Ein großer Faktor sind Umwelteinflüsse, welche man nicht beeinflussen kann, wie zum Beispiel das Wetter. Bei schlechter Sicht durch Wolken, Nebel, Regen oder Schneefall ist es nicht möglich die Sonne richtig anzupeilen. Außerdem kann der Wind das Ablesen deutlich erschweren, indem er das Pendel in Bewegung versetzt und es anfängt zu schwingen, so dass ein genaues Ablesen der feinen Unterteilungen nur erschwert möglich ist. Deswegen ist es auch wichtig darauf zu achten, dass das Lot nicht zu leicht ist. Dennoch kann diese Fehlerquelle nicht vollständig aufgehoben werden. Der Wind kann die Ablesegenauigkeit um bis zu 0,2 Grad verschlechtern und so schnell für ausfallende Messwerte sorgen. Bei noch stärkerem Wind ergibt eine Messung wenig Sinn. Um dem entgegen zu wirken, wurde eine hohe Anzahl an Messungen in geringer Zeit und gleichmäßig vor, sowie nach dem Höchststand der Sonne durgeführt, um den Zeitpunkt des Sonnenhöchststandes exakt zu ermitteln. So kann das Fehlerpotenzial verringert werden.

Des Weiteren sorgt der Aufbau für mögliche Fehler, da der Sucher exakt parallel zu dem Pendelquadraten ausgerichtet sein muss. Wenn das nicht der Fall ist, peilt man mit dem Pendelquadranten nicht dieselbe Himmelsrichtung an, wie mit dem Sucher. Wodurch schnell größere Abweichungen entstehen könnten, die sich nicht mehr ausgleichen lassen. Wir versuchten die Parallelität des Suchers mit dem Pendelquadranten zu gewährleisten, indem wir mit einer Wasserwaage und einem Maßband den Sucher möglichst parallel stellten. Anschließend müsste man den Pendelquadranten mit Hilfe des Suchers horizontal ausrichten, danach prüfen ob das Pendel genau auf 0° fällt und einen möglicherweise festgestellten Fehler in der Berechnung berücksichtigen. Dies geschah bei unserer Beobachtung nicht und deswegen können wir keine Angabe über den allgemeinen Fehler durch die nicht perfekt gegebene Parallelität machen.

Wenn der Sucher nach Möglichkeit parallel zu dem Pendelquadranten verläuft, muss man nur noch darauf achten, dass das gewünschte Himmelsobjekt mittig auf dem Fadenkreuz des Suchers sitzt und dass der Pendelquadrant nicht zur Seite geneigt wird, sondern senkrecht zum Horizont steht. Denn wird er beim Nachjustieren gekippt, wirkt sich das negativ auf die Messung aus. Durch die Neigung liegt das Pendel entweder an der Skala an und kann sich nicht mehr richtig austarieren oder das Pendel schwingt zu weit weg von der Skala weg und man kann es nicht mehr genau ablesen.

Außerdem hat das Loch für den Faden uns vor ein Problem gestellt (siehe Herstellung). Durch das einkleben des Fadens konnten der Fehler aber soweit eingegrenzt werden, dass er viel geringer als die Unterteilung der Skala ist und deswegen vernachlässigt werden kann.

Rechnung:

Bereinigung der Werte

Zunächst haben wir unseren abgelesenen Wert $\hat{h}$, welchen wir noch auf einen möglichen Verzerrungsfehler der Skala prüfen müssen. Um diesen Fehler zu bestimmen, ermitteln wir mit Hilfe der Formel h = **arcsin [($r_1^2 + r_2^2 - d^2$) : (2 r_1 r_2)]** den richtigen Wert h. Dazu dient als Beispiel unser gemessener Wert von 12:30 Uhr:

r_1=56cm; r_2=56cm; d=39,6cm

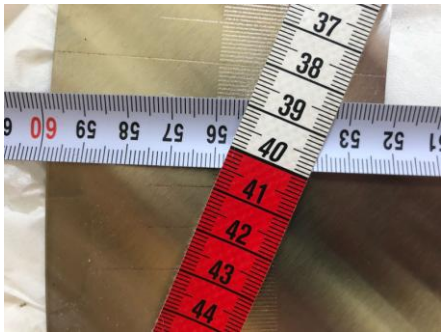
arcsin [($56^2 + 56^2 - 39{,}6^2$) : (2 * 56 * 56)] = 48,58816817 -> gerundet **48,6**

Diese Berechnungen führten wir für alle Werte durch und kamen zu dem folgenden Ergebnis:

	Uhrzeit:	**$\hat{h}$:**	**h:**	**Kreisteilfehler(h- $\hat{h}$):**
•	12:30	48,6°	48,6°	0°
•	12:35	48,8°	48,7°	-0,1°
•	12:40	49°	48,9°	-0,1°
•	12:45	49,3°	49,3°	0°
•	12:50	49,5°	49,6°	0,1°
•	12:55	49,7°	49,7°	0°
•	13:00	49,9°	49,9°	0°
•	13:05	50,2°	50,1°	-0,1°
•	13:10	50,4°	50,3°	-0,1°
•	13:15	50,6°	50,6°	0°
•	13:20	50,7°	50,7°	0°
•	13:25	50,8°	50,8°	0°
•	13:30	50,9°	50,9°	0°
•	13:35	50,8°	50,8°	0°
•	13:40	50,7°	50,7°	0°
•	13:45	50,6°	50,6°	0°
•	13:50	50,3°	50,3°	0°
•	13:55	50,1°	50,1°	0°
•	14:00	49,9°	49,9°	0°
•	14:05	49,6°	49,7°	0,1°
•	14:10	49,5°	49,6°	0,1°
•	14:15	49,2°	49,3°	0,1°
•	14:20	49°	48,9°	-0,1°
•	14:25	48,9°	48,7°	-0,2°
•	14:30	48,6°	48,6°	0°

Wie man sehen kann schwankt der Kreisteilfehler um die 0° mit einer Abweichung von maximal 0,2°. Da unser Pendelquadrant mit höchster Präzision professionell graviert wurde und der Kreisteilfehler

auch in 15 von 24 Fällen 0° entspricht, müssen wir davon ausgehen, dass Ungenauigkeiten beim Messen nach der Methode von Seite 14 oder Unregelmäßigkeiten des Messinstruments zu den minimalen sich ausgleichenden Abweichungen geführt haben. Daher gehen wir weiterhin von dem abgelesenen Wert $\hat{h}$ als möglichst korrekten Wert aus. Beide Maßbänder wurden vor der Messung gegeneinander abgeglichen und bei der Messung befestigt, sodass keine Abweichungen beim Ablesen der Werte am Schnittpunkt beider Maßbänder entstehen.



Des Weiteren müssen wir die astronomische Refraktion der Sonne bestimmen und unsere gerade bestimmten richtigen Werte *h* dementsprechend korrigieren. Allerdings macht die Refraktion bei den von uns gemessenen Höhenwinkeln weniger als 0,1° aus und ist wegen unserer begrenzten Präzision vernachlässigbar. Dennoch werden wir die geringe Refraktion in der folgenden Rechnung berücksichtigen.

Bestimmung der geographischen Breite φ über die Sonne

Bei unserer praktischen Arbeit für den Projektkurs Astronomie nahmen wir uns vor mit Hilfe eines Pendelquadranten über die Sonne unsere Position auf der Erde zu bestimmen. Nun möchten wir zunächst erklären, wie man aus der Mittagshöhe der Sonne die geographische Breite φ bestimmen kann.

Wichtig sind die bereits zuvor erwähnten Zusammenhänge zwischen dem höchsten Stand eines Gestirns, der Kulminationshöhe *h*, sowie der Deklination δ und der geographischen Breite φ:

$\mathbf{h = 90° - \varphi + \delta}$ oder

$\mathbf{\varphi = 90° - h + \delta}$

Um die Deklination δ der Sonne für dieses Datum herauszufinden, müssen wir sie in einem Himmelskalender[12] nachschlagen. Für den 21. April 2018 betrug die Deklination 11,9639°.

Die Kulminationshöhe *h* wird aus unseren Werten bestimmt, indem man eine Ausgleichskurve durch die aufgetragenen Werte legt. Dazu zeichnen wir unsere gemessenen Werte in ein Diagramm, welches die Sonnenhöhe in Abhängigkeit von der Zeit darstellt.

[12] https://detlefhahn.de/segeln/astro/zeitgleichung.php

Aus dem Hochpunkt ergibt sich die Kulminationshöhe h = 50,85°. Da zum Zeitpunkt der Messung die Sonne eine Deklination von δ = 11,9639° hatte, ergibt sich für die geographische Breite φ:

φ = 90° - 50,85° + 11,9639° = 51,1139°

Zusätzlich wird noch die astronomische Refraktion gemäß der Formel von Seite 16 abgezogen:
51,1139° - 0,0136167° = 51,100283°

Bestimmung des Mittagszeitpunktes

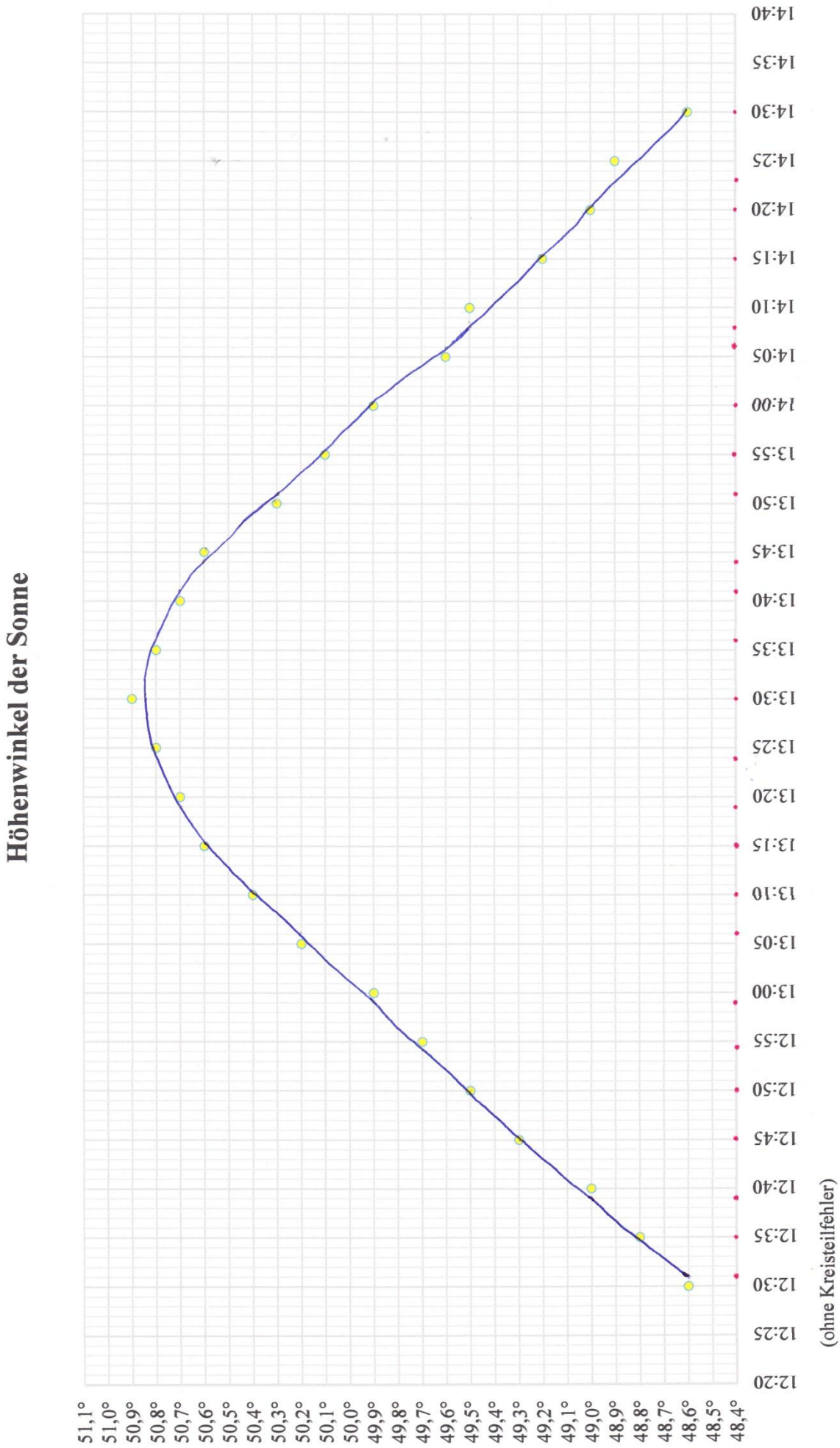
Die geographische Breite φ lässt sich vergleichsweise einfach an der folgenden Abbildung ablesen. Man nimmt hierfür den Hochpunkt der Ausgleichskurve, welcher 50,85° entspricht. Um den nach unserer Messung exakten Zeitpunkt des Sonnenhöchststandes zu ermitteln, muss man die Uhrzeiten der Sonnenstände korrigieren. Dafür liest man für jeden Punkt die Uhrzeit der Ausgleichskurve, welche rechts oder links an ihm vorbeiläuft, ab. Wenn die Ausgleichskurve genau den Punkt durchläuft ist dementsprechend keine Korrektur der Uhrzeit nötig. In der Abbildung auf der nächsten Seite sind die korrigierten Uhrzeiten auf der X-Achse mit einem roten Punkt markiert. Anschließend müssen die Uhrzeiten der gegenüberliegenden Punkte gemittelt werden, so errechnet man bei 24 Punkten 13 mögliche Mittagszeitpunkte. Aus diesen Mittagszeitpunkten bestimmt man einen Mittelwert, welcher den gemessenen Mittagszeitpunkt angibt. Des Weiteren bestimmt man die Standardabweichung, um den Messfehler zu bekommen und ein Fehlerintervall zu haben.

Uhrzeit in MESZ	Zeit (t) seit 12:30 min	**korrigierte Uhrzeit aus Ausgleichskurve**	**korrigierte Zeit (t´) seit 12:30 in min**	Höhenwinkel in °	Mittagszeitpunkt für Wertepaare von (t´)
12:30	0	12:31	1	48,6°	60,5
12:35	5	12:35	5	48,8°	59
12:40	10	12:39	9	49,0°	59,5
12:45	15	12:45	15	49,3°	60
12:50	20	12:50	20	49,5°	59
12:55	25	12:54:30	24,5	49,7°	60,25
13:00	30	12:59	29	49,9°	59,5
13:05	35	13:06	36	50,2°	60,5
13:10	40	13:10	40	50,4°	60,5
13:15	45	13:15	45	50,6°	59,5
13:20	50	13:19	49	50,7°	60
13:25	55	13:24	54	50,8°	60
13:30	60	13:30	60	50,9°	60
13:35	65	13:36	66	50,8°	
13:40	70	13:41	71	50,7°	
13:45	75	13:44	74	50,6°	
13:50	80	13:51	81	50,3°	
13:55	85	13:55	85	50,1°	
14:00	90	14:00	90	49,9°	
14:05	95	14:06	96	49,6°	
14:10	100	14:08	98	49,5°	
14:15	105	14:15	105	49,2°	
14:20	110	14:20	110	49,0°	
14:25	115	14:23	113	48,9°	
14:30	120	14:30	120	48,6°	

Mittelwert	Abweichung
59,86538462	0,526539258
~ 59,87	~ 0,53

Mittagszeitpunkt / Abweichung	Mittagshöhe
13:29:52,2 ; +/- 31,8 sek.	50,85°

In grün sind die Werte angegeben, die aus der Ausgleichskurve von der nächsten Seite abgelesen wurden. Unter der blauen Zelle wurden zuerst die 13 gemittelten Mittagszeitpunkte angegeben, wobei der 13. durch den einzelnen Wert von 13:30 Uhr gebildet wird, der keinen gegenüberliegenden Wert hat. Anschließend wurden daraus ein gerundeter Mittelwert und eine gerundete Standardabweichung errechnet. Zum Schluss rechneten wir den Mittagszeitpunkt unter der gelben Zelle in eine Uhrzeit um, welche vorübergehend für die Rechnung als Dezimalzahl angegeben wurde. Die Standardabweichung wurde dementsprechend in Sekunden umgerechnet.


Höhenwinkel der Sonne
51,1°
51,0°
50,9°
50,8°
50,7°
50,6°
50,5°
50,4°
50,3°
50,2°
50,1°
50,0°
49,9°
49,8°
49,7°
49,6°
49,5°
49,4°
49,3°
49,2°
49,1°
49,0°
48,9°
48,8°
48,7°
48,6°
48,5°
48,4°
12:20
12:25
12:30
12:35
12:40
12:45
12:50
12:55
13:00
13:05
13:10
13:15
13:20
13:25
13:30
13:35
13:40
13:45
13:50
13:55
14:00
14:05
14:10
14:15
14:20
14:25
14:30
14:35
14:40
(ohne Kreisteilfehler)

Bestimmung der geographischen Länge λ über die Sonne

Auf der Erde haben alle Orte alle 24 Stunden einmal Mittag, dabei haben alle Orte, die auf einem Längengrad „untereinander“ liegen, zur gleichen Zeit Mittag. Durch die Rotation der Erde wandert der Mittagspunkt bzw. die Mittagslinie von Osten nach Westen 360° alle 24 Stunden bzw. 15° jede Stunde und 1° alle 4 Minuten um die Erde herum. Die geographische Länge λ kann aus dem Mittagszeitpunkt abgeleitet werden. Wenn wir wissen wann ein willkürlicher Längengrad Mittag hat, können wir mit Hilfe einer einfachen Uhr die zeitliche Differenz zu diesem bestimmten Längengrad ermitteln. Wegen des eben hergestellten Zusammenhangs können wir die zeitliche Differenz in Stunden mit 15° multiplizieren und erhalten so die Längengraddifferenz zu unserem Längengrad.

$\mathbf{(\lambda - \lambda_0) * 24Std. = -(t - t_0) * 360°}$ oder

$\mathbf{\lambda = \lambda_0 - (t - t_0) * 15°}$

λ_0 = 0ter Längengrad von dem die Mittagszeit bekannt ist

t_0 = Mittagszeit des 0ten Längengrades λ_0

λ = gesuchter Längengrad unseres Beobachtungspunktes

t = gemessene Mittagszeit des gesuchten Längengrades λ

Um die Mittagszeit unseres Beobachtungspunktes *t* herauszufinden nutzt man nicht den Zeitpunkt der Kulmination, da dieser nur ungenau zu bestimmen ist, sondern die interpolierte Kurve aus der vorigen Abbildung. Man wählt nun jeweils zwei Punkte mit gleicher Sonnenhöhe *h*, die möglichst weit vom Mittagspunkt weg liegen. Einer der beiden Punkte muss meist durch graphische Interpolation benachbarter Punkte bestimmt werden, sodass dann durch das zeitliche Mittel der beiden Punkte der Mittagszeitpunkt bestimmt werden kann. Das macht man, wie bereits beschrieben, mit mehreren Punkten, um ein Fehlerintervall zu bekommen.

Das ergibt einen Mittagszeitpunkt für unseren Beobachtungsort *t* um 13:29:52 Uhr. Für den Längengrad mit bekannter Mittagszeit kann man den Nullmeridian von Greenwich (λ_0 = 0°) nutzen. Man kann die Mittagszeit (t_0) für den Nullmeridian von Greenwich in hinreichend vielen astronomischen Tabellenwerken nachschlagen. Allerdings ist es ebenfalls möglich jeden anderen Meridian als Bezug zu nutzen. Zum Beispiel stehen die Daten zum Sonnenverlauf für λ_0 = 10° in vielen Kalendern vermerkt.

Da unsere Beobachtung am 21. April stattfand und der Mittagszeitpunkt t_0 = 13:19:17 für den Bezugsmeridian λ_0 = 10° entsprach, ergibt sich für unsere geographische Länge λ:

λ = 10° – (13:29:52 Uhr – 13:19:17 Uhr) * 15° = 7,354165°

Die geographische Breite φ und Länge λ ergeben zusammen die Koordinate:

N 51.100283°, O 7.354165° bzw. **N 51° 6´ 1.019´´, O 7° 21´ 14.994´´**

Des Weiteren müssen wir die berechnete Standardabweichung in unserem Ergebnis berücksichtigen und ein Fehlerintervall in die Standortberechnung aufnehmen. Die Standardabweichung unserer Messwerte für den Mittagszeitpunkt beträgt +/- 32 Sekunden. Das bedeutet, dass sich für die geographische Länge ein Fehlerintervall ergibt, welches wir gemäß der bereits verwendeten Formel berechnen können.

λ_{+} = 10° – (13:29:20 Uhr – 13:19:17 Uhr) * 15° = 7.487500°

λ_{-} = 10° – (13:30:24 Uhr – 13:19:17 Uhr) * 15° = 7.220845°

Das Fehlerintervall wirkt sich auf das Ergebnis so aus, dass der errechnete Standort möglicherweise 5,52 km nach Westen bzw. Osten abweicht.

Ergebnis

Wir haben nun aus den Berechnungen der vorigen Seiten eine Koordinate erhalten, welche optimalerweise für den Standort auf der Erde steht an dem wir die Beobachtung durchgeführt haben. Wie bereits erwähnt könnten Fehler bzw. Ungenauigkeiten in der Produktion und der Messung dafür gesorgt haben, dass die gemessenen Werte fehlerhaft sind. Deswegen müssen wir die durch unsere Messung und Berechnung erhaltene Koordinate prüfen, indem wir sie mit der offiziell richtigen Koordinate für den Beobachtungsstandort vergleichen.

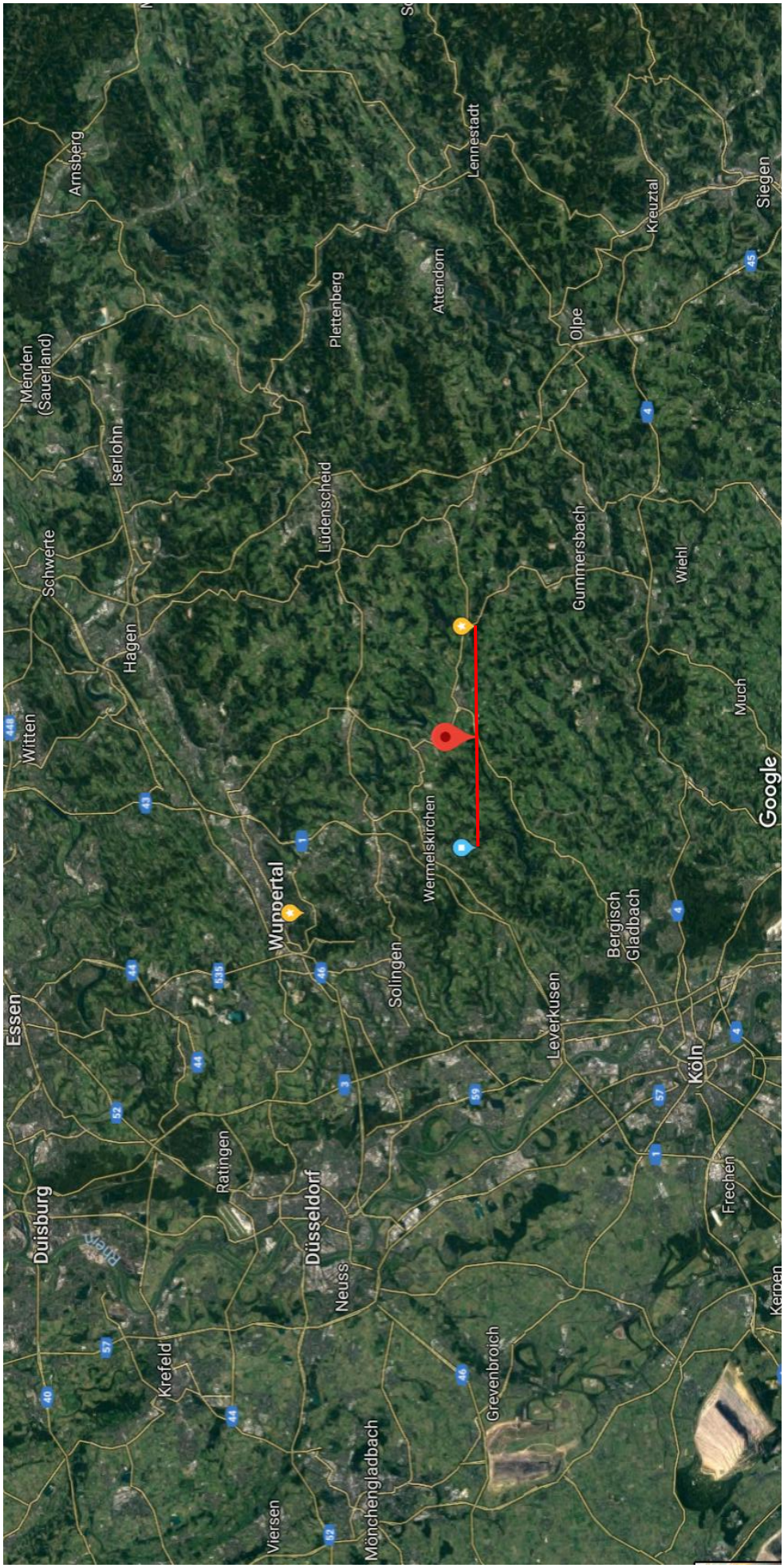
Unsere Koordinate: **N 51° 6´ 1.019´´, O 7° 21´ 14.994´´**

Richtige Koordinate[13]: **N 51° 13´ 49.5´´, O 7° 08´ 29.0´´**

Die Luftlinie zwischen diesen beiden Koordinaten beträgt[14]: **20,73 km**

In der folgenden Karte ist unsere errechnete Position nicht als einziger Punkt angegeben, da sich durch das Fehlerintervall bei der geographischen Länge eine Gerade ergibt, welche sich von Westen nach Osten erstreckt und unseren möglichen Standort angibt. Der tatsächliche Standort liegt nicht auf einem der möglichen Längengerade innerhalb des Fehlerintervalls. Das kann an bereits erwähnten und erklärten Fehlern und Ungenauigkeiten bei der Messung liegen.

[13] https://www.google.de/maps
[14] https://www.luftlinie.org/



Auf der Landkarte ist mit einer roten Stecknadel unsere errechnete Position markiert und mit einer gelben Stecknadel die richtige. Die rote Linie beschreibt die Strecke des Fehlerintervalls.

Screenshot von https://www.google.de/maps 24.06 18:40 Uhr

Schluss:

Danksagung

An dieser Stelle möchten wir uns bei all denjenigen bedanken, die uns während der Anfertigung dieser Projektarbeit unterstützt und motiviert haben.

Zuerst gebührt unser Dank unseren Projektkursleitern Herrn Koch und Herrn Winkhaus, die mit uns gemeinsam das Thema dieser Projektarbeit ausgewählt, uns mit wertvollen Tipps unterstützt und sich so viel Zeit genommen haben, um uns immer mit einem offenen Ohr zur Seite zu stehen. Die Unterrichtsreihe die sie uns zur Verfügung gestellt haben, hat uns unheimlich geholfen um einen Überblick in diesen Themenbereich zu erhalten. Auch für die Einführung in die Sternenwarte und das bedienen der Arbeitsinsel, möchten wir uns sehr herzlich bedanken. Außerdem war die Organisation des Suchers und des Kugelkopfes zielführend für unser Ergebnis. Der Projektkurs hat uns unheimlich viel Spaß gebracht und unser Interesse für die Astronomie weiter gestärkt.

Des Weiteren würden wir gerne Tobias Gerbracht für seine Unterstützung danken. Er hat uns mit seinen Fachkenntnissen geholfen, in kurzer Zeit das 3D Modell unseres Pendelquadranten zu erstellen. Zudem hat er uns noch bei der Herstellung begleitet und hatte immer Zeit für Fragen.

Besonderer Dank gilt der Firma C.A.PICARD für die Anfertigung des Pendelquadranten, hierbei wurden keine Kosten und Mühen gescheut. Das Material wurde uns kostenlos zur Verfügung gestellt und es wurde uns die Möglichkeit geboten mit Hilfe des Laserstrahlschneiders das Material zu bearbeiten. Darüber hinaus möchten wir uns herzlich bei Herrn Simon bedanken, für seine kompetente Unterstützung. Er hat sich die Zeit genommen uns die Arbeitsgänge in Ruhe zu erklären und mit uns durch zuführen.

C.A.PICARD®
INTERNATIONAL

Zuletzt gilt unser Dank Herrn Walter von der Firma Pebaro, der in seiner Freizeit mit uns die Holzkiste zur Aufbewahrung des Pendelquadranten angefertigt hat.

Vielen Dank, dass Sie sich alle Zeit für uns genommen und uns bei unserer Arbeit unterstützt haben.

Quellen

Internetseiten:	Zugriff:
• https://de.wikipedia.org/wiki/Geographische_Koordinaten	01.05 15:20Uhr
• https://de.wikipedia.org/wiki/Nullmeridian	01.05 17:23Uhr
• https://de.wikipedia.org/wiki/Zeitzone	08.05 16:35Uhr
• https://de.wikipedia.org/wiki/Geoid	12.05 17:48Uhr
• https://de.wikipedia.org/wiki/World_Geodetic_System_1984	12.05 18:22Uhr
• https://de.wikipedia.org/wiki/Erdfigur	12.05 19:33Uhr
• https://de.wikipedia.org/wiki/Global_Positioning_System	21.05 16:30Uhr
• https://www.teltarif.de/navigation/gps.html	21.05 16:58Uhr
• https://de.wikipedia.org/wiki/Himmelskugel	23.05 11:20Uhr
• http://www.mgf-kulmbach.de/material/gk/anfang/horizont.htm	23.05 12:15Uhr
• http://www.mgf-kulmbach.de/material/gk/anfang/aequator.htm	23.05 13:05Uhr
• https://de.wikipedia.org/wiki/Astronomische_Refraktion	26.05 14:37Uhr

Weitere Quellen:

- Unterrichtsreihe „Geographische Ortsbestimmung“ von Michael Winkhaus (s. USB-Stick)
- Sonstige Quellen sind mit einer Fußnote auf der entsprechenden Seite markiert

Abschlusserklärung

Hiermit versichern wir, dass diese Arbeit selbständig von den genannten Autoren angefertigt, sowie keine anderen Quellen und Hilfsmittel, als die von uns angegebenen, benutzt wurden. Des Weiteren versichern wir, dass die in dieser Arbeit im Wortlaut übernommene und dem Inhalt nach aus anderen Werken entnommene Stellen in jedem Fall mit einer genauen Quellenangabe kenntlich gemacht sind.

Wir sind mit der Veröffentlichung dieser von uns verfassten Arbeit einverstanden.

Jan-Miklas Gehla 30. Mai 2018

Torben Huppertsberg 30. Mai 2018