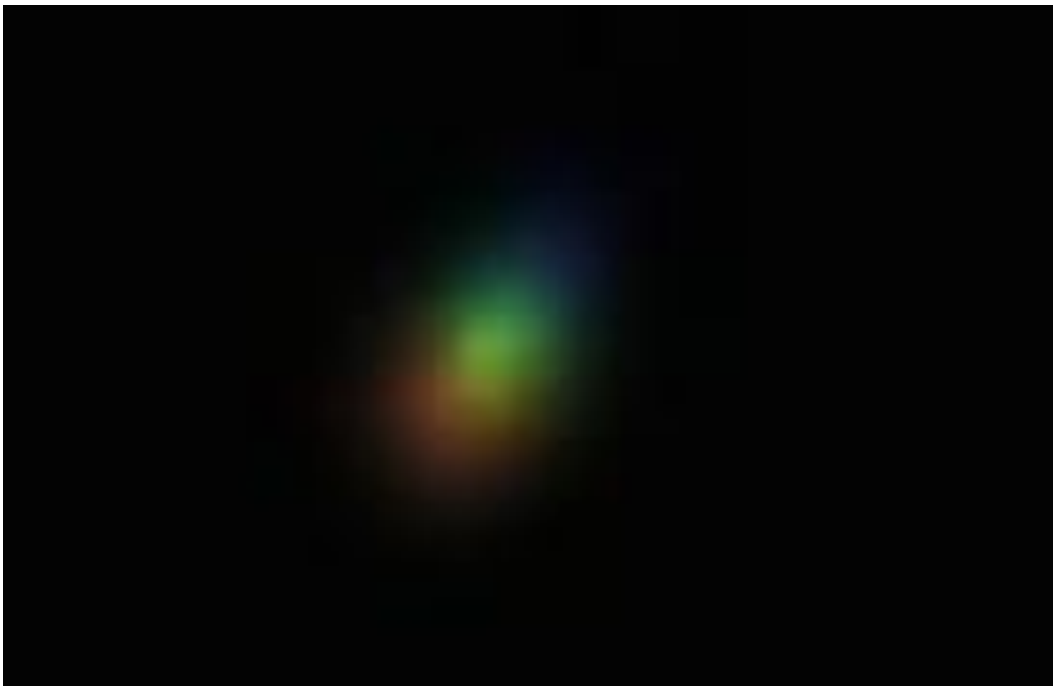
# Das Phänomen der Brechung des Sternlichts in der Erdatmosphäre

Schriftliche Arbeit zur besonderen Lernleistung im Abitur 2018

Von Vivien und Christina Picard

Carl-Fuhlrott-Gymnasium

Projektbetreuer: Bernd Koch



# Kurzfassung

Der bunte Regenbogen ist ein bekanntes Beispiel dafür, wie Licht in einem Wassertropfen abgelenkt und infolge der Brechung in seine Regenbogenfarben zerlegt wird.
Auch die Atmosphäre der Erde wirkt wie ein Prisma auf Licht von Himmelskörpern, die von der Erde aus betrachtet werden. Somit gibt es einen ähnlichen Effekt: die punktförmigen Lichtquellen werden durch die Dispersion in kleine Spektren aufgespalten. Je länger der Lichtweg durch die Atmosphäre ist, desto stärker wird jeder Stern in Form eines kleinen farbigen Spektrums verzerrt. Somit ist anzunehmen, dass die Länge des Spektrums, also die Dispersion, eine Funktion der Höhe ist. Diese Vermutung wurde überprüft und mit einem mathematischen Modell der Erdatmosphäre verglichen.

# Inhaltsverzeichnis


Einleitung ..... S.1

Theoretische Grundlagen ..... S.2

- Refraktionseigenschaften des Lichtes ..... S.2
- Atmosphärische Refraktion ..... S.3
- Dispersionseigenschaften des Lichtes ..... S.6
- Atmosphärische Dispersion ..... S.7

Durchführung ..... S.8

Auswertung ..... S.10

- Erstellung einer Tabelle mit allen wichtigen Werten ..... S.10
- Lineare Regression ..... S.12

Fehlerbetrachtung ..... S.13

Endergebnis ..... S.14

**Neue Aufnahmen: Genaueres Ergebnis durch Videostacking** ..... S.15

Aufbau ..... S.16

Auswertung der neuen Aufnahmen ..... S.17

- Videostacking ..... S.17
- Messung der Dispersion mit Photoshop ..... S.18
- Bestimmung des Maßstabs ..... S.19

Endergebnis ..... S.20

- Diskussion des Ergebnisses ..... S.21
- Gegenüberstellung von Videotechnik und Einzelbildern ..... S.23

Danksagung ..... S.24

Quellen ..... S.25

# Einleitung

Viele Astrofotografen kennen die atmosphärische Dispersion; allerdings ist sie für die meisten eher ein unerwünschter Nebeneffekt.

Auch uns ist dieses Phänomen zum ersten Mal als ein solcher begegnet: Wir haben Bilder vom Saturn bearbeitet, bei denen man eindeutig erkennen konnte, dass es einen blauen und einen roten Farbrand gab. Diese galt es zu eliminieren, indem die verschiedenen Farbkanäle aufeinander geschoben wurden. Das Ziel war, den Saturn ohne die Dispersion durch die Atmosphäre darzustellen. Schon damals fragten wir uns, woher diese Verfälschung des Bildes zustande kam.

Die Antwort auf diese Frage haben wir mit unserem Experiment gefunden. Somit ist die atmosphärische Dispersion für uns kein unerwünschter Nebencharakter, sondern die Hauptperson. Sie beschreibt die Aufspaltung des Lichtes in seine Spektralfarben beim Eintritt in die Erdatmosphäre; das Licht wird gebrochen. Zur Vereinfachung haben wir hierbei die Dichte der Atmosphäre als homogen angenommen. Das entspricht zwar nicht der Realität, jedoch reichte es für uns als vereinfachte Vorstellung.

Es ist anzunehmen, dass die Stärke der Dispersion, also die Länge des entstehenden Spektrums, davon abhängt, wo das Licht in die Atmosphäre eintritt: Das Licht eines zenitnahen Sterns wird weniger stark gebrochen als das eines horizontnahen Sterns, da der Weg des Lichtes durch die Atmosphäre unterschiedlich lang ist.

Unser Ziel ist somit, experimentell nachzuweisen, dass die atmosphärische Dispersion eine Funktion der Höhe ist; konkreter wollen wir nachweisen, dass die Dispersion proportional zum Tangens der Zenitdistanz ist.

# Theoretische Grundlagen

Vor der Durchführung unseres Experimentes gab es einige Formeln zu verstehen:
Grundlage für unseren Versuch ist die Lichtbrechung, die sich aufteilt in Refraktion und Dispersion.

## *Refraktionseigenschaften des Lichts*

Refraktion ist eine typische Eigenschaft elektromagnetischer Wellen. Licht wird beim Medienwechsel gebrochen, wobei die Medien unterschiedliche Brechungsindizes, die von der Dichte des Mediums abhängen, haben. Der Brechungsindex im Vakuum ist 1; mit steigender Dichte steigt auch der Brechungsindex.

**Abbildung 1: Beispiel für Refraktion im Alltag**

Die Refraktion von Licht sieht man oft im Alltag. Ein sehr bekanntes Beispiel, das jeder kennt, ist die Lichtbrechung eines Löffels im Wasserglas (siehe Abbildung 1).

Nur im Vakuum bewegt sich Licht mit Lichtgeschwindigkeit fort, im Medium ist es etwas langsamer. Je dichter das Medium, also je größer der Brechungsindex, desto langsamer bewegt es sich fort. Licht sucht sich jedoch immer den schnellsten Weg, der in diesem Fall nicht der kürzeste ist. Deshalb wird das Licht an der Mediengrenze abgelenkt, es wird gebrochen.

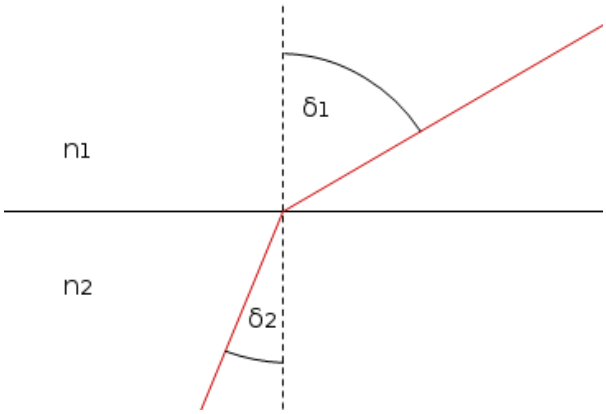



**Abbildung 2: Abbildung zum Snelliusschen Brechungsgesetz**

Je höher die Differenz der Brechungsindizes der Medien ist, desto stärker ist der Effekt. Die Brechung ist also besonders gut zu erkennen, wenn die Medien möglichst unterschiedliche Dichten haben. Deshalb kann man diese an dem Löffel im Wasser auch so gut erkennen. Die Differenz ist hier besonders groß, da hier die verschiedenen Medien sogar unterschiedliche Aggregatzustände haben.

Die Stärke der Brechung wird durch das *Snelliussche Brechungsgesetz* beschrieben. Es gilt:

$$n_1 * \sin \delta_1 = n_2 * \sin \delta_2$$

Hierbei sind $n_1$ und $n_2$ die Brechungsindizes der beiden Medien, $\delta_1$ ist der Einfallswinkel und $\delta_2$ ist der Ausfallswinkel (siehe Abbildung 2). Aus dem *Snelliusschen Brechungsgesetz* lässt sich also schließen, dass Licht beim Übergang in ein dichteres Medium zum Lot hin gebrochen wird.

## Atmosphärische Refraktion

Wie wir schon erwähnt haben, wird auch Licht, das in die Atmosphäre eintritt, gebrochen. Deren Dichte ist nicht überall gleich: Weiter oben ist sie weniger dicht als am Boden. Das merkt man sogar schon beim Bergsteigen, da auf dem Berg die Sauerstoffkonzentration geringer ist als im Tal.

Es gibt ein Modell, das dieser Wirklichkeit relativ nah kommt. Die Dichte der Atmosphäre nimmt demnach mit steigender Höhe exponentiell ab. Ein einfallender Lichtstrahl würde hier deshalb nicht nur einmal gebrochen, sondern sehr oft ein wenig (siehe Abbildung 3). Das macht es sehr schwierig mit dieser Vorstellung zu arbeiten und zu rechnen.

Deshalb benutzen wir ein vereinfachtes Modell: Wir nehmen an, dass die Dichte der Atmosphäre überall gleich ist. Die Berechnung ist einfacher, da es nur einen Medienwechsel gibt. Somit erlaubt dieses Modell, nur mit einer Ablenkung des Lichtes zu rechnen (siehe Abbildung 4).

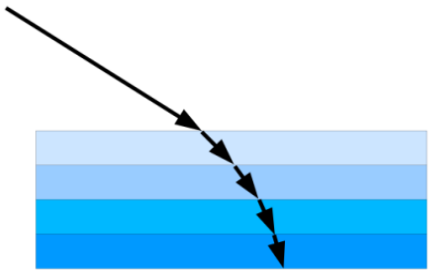


**Abbildung 4: Lichtbrechung in der Atmosphäre (Quelle: siehe Quellenverzeichnis)**

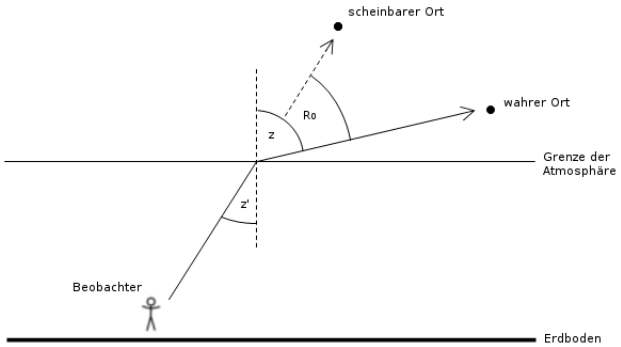



**Abbildung 3: Vereinfachtes Atmosphärenmodell**

Im Weltall herrscht annähernd ein Vakuum, der Brechungsindex ist also $n = 1$. Der Brechungsindex unserer Erdatmosphäre ist zwar auch sehr gering, da sie gasförmig ist, allerdings ist er trotzdem größer als der Brechungsindex des Weltalls. Das Licht der Himmelskörper wird also beim Eintritt in die Atmosphäre zum Lot hin gebrochen.

$z$ ist die Zenitdistanz. Diesen Winkel kann man anhand der scheinbaren, also von uns sichtbaren, Position des Himmelskörpers messen. $R_0$ ist der Winkel zwischen der scheinbaren und der wirklichen Position, also der Refraktionswinkel.

Durch das Snelliussche Brechungsgesetz gilt jetzt:

$$\sin(z + R_0) = n * \sin z$$

Mithilfe eines der trigonometrischen Gesetzte kann man die linke Seite der Gleichung aufspalten, sodass gilt:

$$\sin \mathrm{z} * \cos R_0 + \cos \mathrm{z} * \sin R_0 = n * \sin \mathrm{z}$$

Die Refraktion ist, obwohl man sie beobachten kann, sehr gering, $R_0$ ist höchstens ein halbes Grad. Deshalb gilt näherungsweise:

$$\cos R_0 \approx 1 \text{ und } \sin R_0 \approx R_0 \text{ (im Bogenmaß)}$$

Daraus folgt dann:

$$\sin z + \cos z * R_0 = n * \sin z$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin \mathrm{z}}{\cos \mathrm{z}} + R_0 = n * \frac{\sin \mathrm{z}}{\cos \mathrm{z}}$$

$$\Leftrightarrow R_0 = n * \frac{\sin \mathrm{z}}{\cos \mathrm{z}} - \frac{\sin \mathrm{z}}{\cos \mathrm{z}}$$

$$\Leftrightarrow R_0 = n * \tan \mathrm{z} - \tan \mathrm{z}$$

Daraus folgt das Refraktionsgesetzt:

$$R_0 = (n - 1) * \tan \mathrm{z}$$

Nun kann man $n - 1$ mit der Dispersionsformel berechnen, die von einer Temperatur von 15°C und einem Druck von 1013hPa ausgeht:

$$(n - 1) * 10^{-7} = 643{,}28 + \frac{294\,981}{146 - \sigma^2} + \frac{2554}{4 - \sigma^2}$$

$\sigma$ ist die ~~Wellenlänge~~ mit ~~$\sigma = k - 1$~~, wobei $k$ die Wellenlänge in $\mu m^{-1}$ angibt.

Also ergibt sich $k = \frac{1}{0{,}55}$, da die die Kamera Wellenlängen von $400nm$ bis $700nm$ detektiert und $550nm$ der Mittelwert ist.

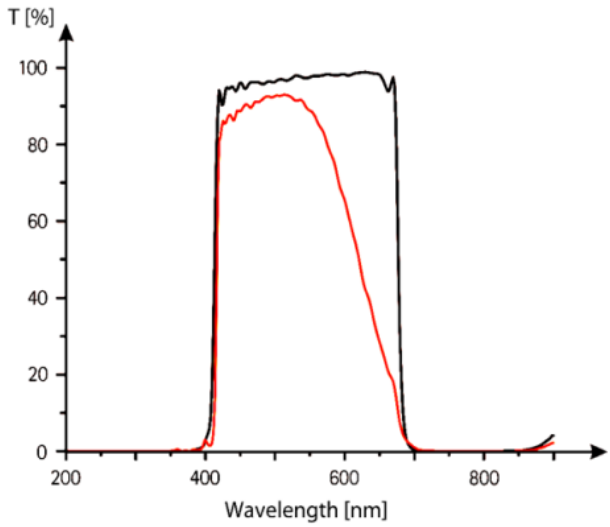



**Abbildung 5: Aufnahmeempfindlichkeit der Kamera (Rot: Canon EOS 450D-Originalfilter. Schwarz: Modifizierter BCF-Filter mit höherer Transmission) (Quelle: siehe Quellenverzeichnis)**

Auf der Grafik von Abbildung 5 ist die Transmission der Kamera Canon EOS 450D, die wir benutzt haben, zu erkennen. Die rote Kurve zeigt die Transmission des Originalfilters. Die schwarze, die in unserem Fall zu beachten ist, gibt die Transmission des modifizierten BCF-Filters mit höherer Transmission an. Man kann erkennen, dass die Grenzwellenlängen sehr genau $400nm$ und $700nm$ sind und die Transmission sehr konstant ist. Das ist wichtig, um die Aufnahme nicht zu verfälschen.

Mit den in die Dispersionsformel eingesetzten Grenzwellenlängen der Kamera ergibt sich:

$$n - 1 = 0{,}0002778$$

Die Refraktionskonstante ist bei Umwandelung ins Winkelmaß $57{,}28''$ und nun erhält man das Refraktionsgesetz:

$$R_0 = 57{,}28'' * \tan z$$

Wie bereits erklärt, basieren diese Rechnungen auf einem vereinfachten Modell der Atmosphäre. Dadurch ist die Vorstellung nur eine Annäherung und nicht vollständig korrekt. Allerdings weichen die Werte des von uns benutzten Modells bis zu einem Winkel von $z \leq 80°$ nicht mehr als $13$“ von den realen Werten ab. Deshalb reicht es für unsere Arbeit, mit der vereinfachten Vorstellung zu arbeiten.

Die atmosphärische Refraktion ist jedoch auf den ersten Blick kaum mit bloßem Auge zu erkennen. Durch sie sehen wir Sterne nicht genau dort, wo sie sich befinden. Ohne genaue Messung kann man daran allerdings nicht die atmosphärische Refraktion ausmachen. Mit bloßem Auge zu erkennen ist die differenzielle Refraktion. Diese wird zum Beispiel beim Sonnenuntergang beziehungsweise -aufgang deutlich. Hierbei wird der untere Rand der Sonne stärker angehoben, weshalb sie für uns oval wirkt. Das liegt daran, dass die Stärke der Brechung von der Zenitdistanz abhängig ist. Bei steigender Zenitdistanz ist auch die Ablenkung stärker. Der Winkeldurchmesser der Sonne ist mit einem halben Grad so groß, dass man, wenn sie tief steht, den Unterschied zwischen unterem und oberem Rand erkennen kann. Auch beim Fotografieren von Sternen kann man diese Verzerrung beobachten. Ein anderer Effekt der atmosphärischen Refraktion ist, dass der Tag etwas länger wird, da die Sonne schon untergegangen ist, wenn wir sie erst untergehen sehen. Auch das liegt daran, dass das Licht beim Eintritt in die Atmosphäre gebrochen wird. Somit ist jeder Tag ein paar Minuten länger, als er ohne Lichtbrechung wäre.

## *Dispersionseigenschaften des Lichts*

Die atmosphärische Dispersion ist noch einfacher zu erkennen. Weißes Licht wird beim Medienwechsel nicht nur gebrochen, sondern auch in seine Farbbestandteile aufgespalten (siehe Abbildung 6). Das liegt daran, dass die verschiedenen Wellenlängen des Lichtes nur im Vakuum alle gleich schnell sind, denn dort bewegen sie sich mit Lichtgeschwindigkeit. In Medien, die dichter sind, bewegen sich allerdings die unterschiedlichen Wellenlängen auch mit verschiedenen Geschwindigkeiten. Je kürzer eine Wellenlänge ist, desto langsamer bewegt sie sich (im Medium). Wie groß der Unterschied der Geschwindigkeiten ist, kommt auf das Medium und dessen Dichte, also auf den Brechungsindex, an. Da sich jede Wellenlänge trotzdem beim Übergang von einem in ein anderes Medium den für sie schnellsten Weg sucht, werden die kurzen, also die blauen, Wellenlängen mehr abgelenkt, als die langen, roten. Je größer die Differenz der Brechungsindizes ist, desto stärker wird auch das Licht in seine Spektralfarben unterteilt und desto größer ist die Länge des Spektrums.

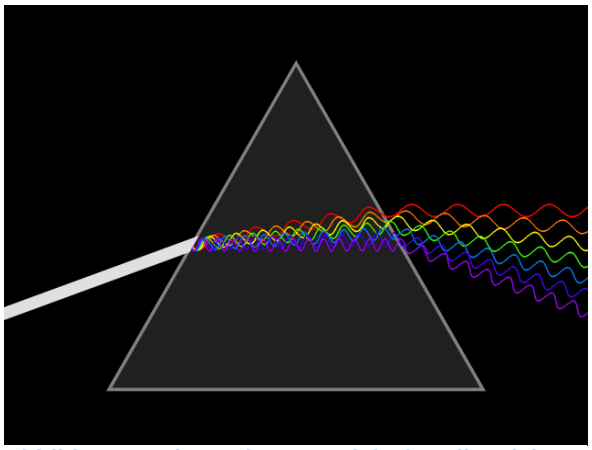


**Abbildung 6: Dispersion von Licht (Quelle: siehe Quellenverzeichnis)**

## Atmosphärische Dispersion

Wie die Refraktion findet auch die Dispersion beim Eintritt des Lichtes vom Weltall in die Erdatmosphäre statt, da auch hier ein Medienwechsel vorliegt. Dieser Effekt nennt sich atmosphärische Dispersion.

Dieses Phänomen lässt sich besonders bei horizontnahen Objekten beobachten, da hier der Weg, den das Licht durch die Atmosphäre zurücklegen muss, sehr groß ist. Bei zenitnahen Objekten lässt sich die atmosphärische Dispersion kaum bis gar nicht beobachten. Sie hängt also, genau wie die Refraktion, vom Höhenwinkel ab.

Die Refraktion ist proportional zum Tangens der Zenitdistanz. Es ist anzunehmen, dass dies ebenso auf die Dispersion zutrifft.

Zur Berechnung des Dispersionsspektrums berechnen wir die wellenlangenabhängige Brechung der Grenzfrequenzen der Kamera, um diese dann von einander abzuziehen. Also benötigen wir wieder die Dispersionsformel für den Brechungsindex:

$$(n-1) * 10^{-7} = 643{,}28 + \frac{294\,981}{146-\sigma^2} + \frac{2554}{4-\sigma^2}$$

Die von uns benutzte Kamera hat Grenzwellenlängen von $400nm$ und $700nm$. Ihre wellenlängenabhängige Brechung kann man mit dem vereinfachten Modell der Refraktion für Zenitdistanzen $z \leq 80°$ einsetzten und voneinander abziehen. Hierdurch erhält man die erwartete Länge des aufzunehmenden Spektrums, also die Dispersion:

$$\Delta R = R400nm - R700nm = (n1 - n2) * \tan \mathrm{z}$$

$$\Delta R = 1{,}4'' * \tan \mathrm{z}$$

Wir erwarten also von unserem Experiment einen Zusammenhang, der zeigt, dass die Dispersion einerseits proportional zum Tangens der Zenitdistanz ist und zusätzlich die Ausgleichsgerade eine Steigung von ungefähr $1{,}4$ haben wird.

# Durchführung

Um das nachzuweisen haben wir Bilder von Himmelskörpern aufgenommen, um an ihnen die Dispersion zu messen und alles in ein Diagramm aufzutragen. Hierfür haben wir das Celestron11 und die Canon EOS 450D benutzt (siehe Abbildung 7).

Wir haben viele verschiedene Sterne in verschieden Höhen fotografiert. Hier haben wir darauf geachtet, dass die Dispersion des Lichtes durch die Erdatmosphäre, sofern vorhanden, gut erkennbar war. Deshalb haben wir verschiedene Belichtungszeiten ausprobiert, um gut auswertbare Aufnahmen zu erhalten.

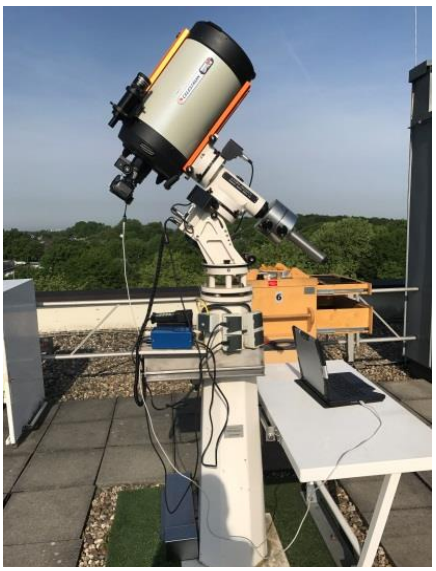


Abbildung 7: Experimenteller Aufbau

Wir haben neun Himmelskörper fotografiert: Aldebaran, Alnitak, Bellatrix, Beteigeuze, Capella, Procyon, Rigel, Sirius und Venus.

## Celestron 11

| | |
|---|---|
| Öffnung | 279mm |
| Brennweite | 2800mm |
| Öffnungsverhältnis | f/10 |
| Maximal sinnvolle Vergrößerung | Ca. 560fach |
| Grenzgröße visuell | 15m5 |
| Auflösungsvermögen | 0,42“ |
| Abschattung durch den Fangspiegel | 34% |
| Länge des Tubus | 61cm |
| Gewicht | Ca. 13,1kg |
| Typ | Reflektor |

Das Celestron 11 (siehe Abbildung 8) ist ein besonders für Hobbyfotografen gut geeignetes Teleskop. Es liefert durch die 279mm-Öffnung hoch auflösende Bilder und ist trotz der langen Brennweite eher kurz und auch nicht sehr schwer, daher gut zu transportieren. Dass das Teleskop trotz der langen Brennweite so kurz ist, liegt an der Cassegrain-Optik. Das einfallende Licht trifft auf den sphärischen Hauptspiegel. Auf diesem wird das Licht bereits gebündelt. Das Licht wird also reflektiert und trifft gebündelt auf den Sekundärspiegel. Dort

Abbildung 8: Celestron 11

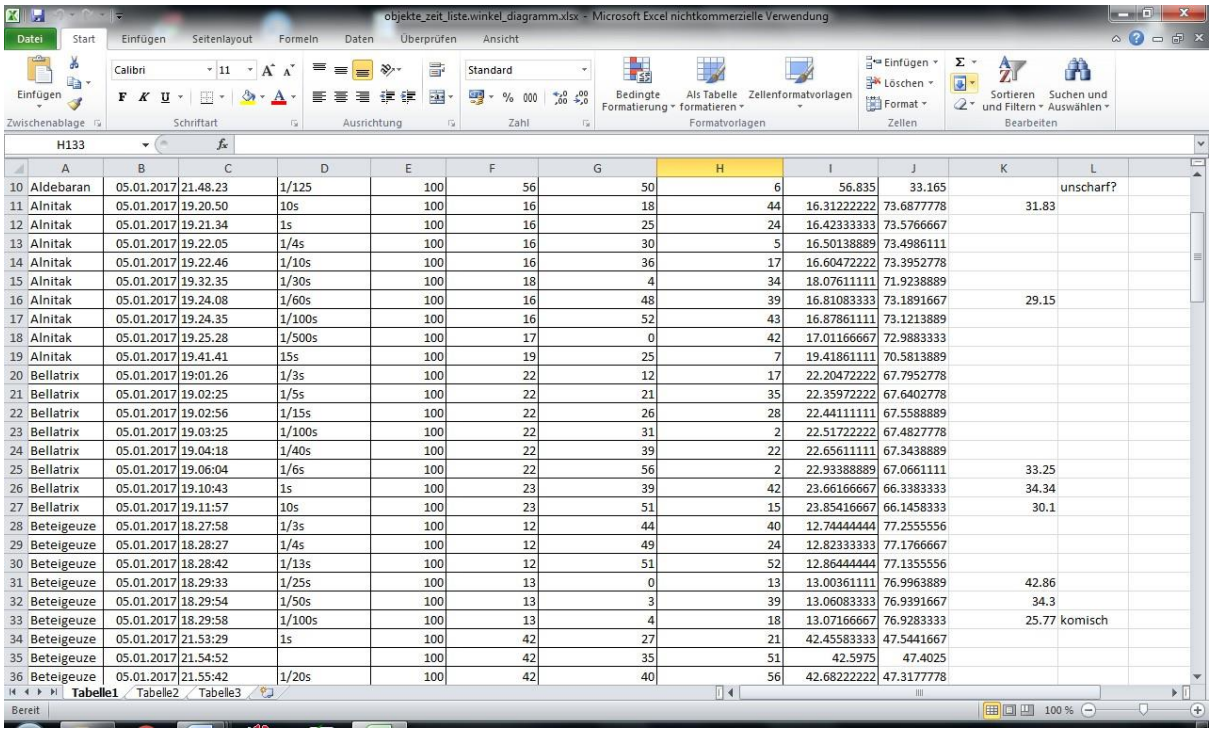
wird es wieder reflektiert und zum Okular geleitet. Durch das Verschieben des Hauptspiegels wird das Scharfstellen ermöglicht. Das gesamte System ist geschlossen und daher gut gegen Staub geschützt.

## Canon EOS 450D

| | |
|---|---|
| Kameratyp | DSLR |
| Bildsensor | CMOS |
| Auflösung | 12,2 Megapixel |
| Bildgröße | $4272 * 2848$ Pixel |
| Prozessor | DIGIC-III-Prozessor |
| Sucher | Pentaspiegel |
| Farbtiefe | 14 Bit pro Kanal |
| Aufnahmen pro Sekunde | 3,5 Bilder |
| Interner Pufferspeicher | 6 RAW / 53 Large-JPEG Bilder |
| Displaydiagonale | 3 Zoll |
| Displayauflösung | 230 000 Pixel |

Abbildung 9: Canon EOS 450D

# Auswertung



| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | Aldebaran | 05.01.2017 | 21.48.23 | 1/125 | 100 | 56 | 50 | 6 | 56.835 | 33.165 | | unscharf? |
| 11 | Alnitak | 05.01.2017 | 19.20.50 | 10s | 100 | 16 | 18 | 44 | 16.31222222 | 73.6877778 | 31.83 | |
| 12 | Alnitak | 05.01.2017 | 19.21.34 | 1s | 100 | 16 | 25 | 24 | 16.42333333 | 73.5766667 | | |
| 13 | Alnitak | 05.01.2017 | 19.22.05 | 1/4s | 100 | 16 | 30 | 5 | 16.50138889 | 73.4986111 | | |
| 14 | Alnitak | 05.01.2017 | 19.22.46 | 1/10s | 100 | 16 | 36 | 17 | 16.60472222 | 73.3952778 | | |
| 15 | Alnitak | 05.01.2017 | 19.32.35 | 1/30s | 100 | 18 | 4 | 34 | 18.07611111 | 71.9238889 | | |
| 16 | Alnitak | 05.01.2017 | 19.24.08 | 1/60s | 100 | 16 | 48 | 39 | 16.81083333 | 73.1891667 | 29.15 | |
| 17 | Alnitak | 05.01.2017 | 19.24.35 | 1/100s | 100 | 16 | 52 | 43 | 16.87861111 | 73.1213889 | | |
| 18 | Alnitak | 05.01.2017 | 19.25.28 | 1/500s | 100 | 17 | 0 | 42 | 17.01166667 | 72.9883333 | | |
| 19 | Alnitak | 05.01.2017 | 19.41.41 | 15s | 100 | 19 | 25 | 7 | 19.41861111 | 70.5813889 | | |
| 20 | Bellatrix | 05.01.2017 | 19:01.26 | 1/3s | 100 | 22 | 12 | 17 | 22.20472222 | 67.7952778 | | |
| 21 | Bellatrix | 05.01.2017 | 19.02:25 | 1/5s | 100 | 22 | 21 | 35 | 22.35972222 | 67.6402778 | | |
| 22 | Bellatrix | 05.01.2017 | 19.02:56 | 1/15s | 100 | 22 | 26 | 28 | 22.44111111 | 67.5588889 | | |
| 23 | Bellatrix | 05.01.2017 | 19.03:25 | 1/100s | 100 | 22 | 31 | 2 | 22.51722222 | 67.4827778 | | |
| 24 | Bellatrix | 05.01.2017 | 19.04:18 | 1/40s | 100 | 22 | 39 | 22 | 22.65611111 | 67.3438889 | | |
| 25 | Bellatrix | 05.01.2017 | 19.06:04 | 1/6s | 100 | 22 | 56 | 2 | 22.93388889 | 67.0661111 | 33.25 | |
| 26 | Bellatrix | 05.01.2017 | 19.10:43 | 1s | 100 | 23 | 39 | 42 | 23.66166667 | 66.3383333 | 34.34 | |
| 27 | Bellatrix | 05.01.2017 | 19.11:57 | 10s | 100 | 23 | 51 | 15 | 23.85416667 | 66.1458333 | 30.1 | |
| 28 | Beteigeuze | 05.01.2017 | 18.27:58 | 1/3s | 100 | 12 | 44 | 40 | 12.74444444 | 77.2555556 | | |
| 29 | Beteigeuze | 05.01.2017 | 18.28:27 | 1/4s | 100 | 12 | 49 | 24 | 12.82333333 | 77.1766667 | | |
| 30 | Beteigeuze | 05.01.2017 | 18.28:42 | 1/13s | 100 | 12 | 51 | 52 | 12.86444444 | 77.1355556 | | |
| 31 | Beteigeuze | 05.01.2017 | 18.29:33 | 1/25s | 100 | 13 | 0 | 13 | 13.00361111 | 76.9963889 | 42.86 | |
| 32 | Beteigeuze | 05.01.2017 | 18.29:54 | 1/50s | 100 | 13 | 3 | 39 | 13.06083333 | 76.9391667 | 34.3 | |
| 33 | Beteigeuze | 05.01.2017 | 18.29:58 | 1/100s | 100 | 13 | 4 | 18 | 13.07166667 | 76.9283333 | 25.77 | komisch |
| 34 | Beteigeuze | 05.01.2017 | 21.53:29 | 1s | 100 | 42 | 27 | 21 | 42.45583333 | 47.5441667 | | |
| 35 | Beteigeuze | 05.01.2017 | 21.54:52 | | 100 | 42 | 35 | 51 | 42.5975 | 47.4025 | | |
| 36 | Beteigeuze | 05.01.2017 | 21.55:42 | 1/20s | 100 | 42 | 40 | 56 | 42.68222222 | 47.3177778 | | |

**Abbildung 10: Spalte A: Objekt, Spalte B: Datum, Spalte C: Uhrzeit (MEZ), Spalte D: Belichtungszeit (s), Spalte E: Iso-Wert, Spalte F: Höhenwinkelkomponente Grad, Spalte G: Höhenwinkelkomponente Bogenminuten, Spalte H: Höhenwinkelkomponente Bogensekunden, Spalte I: Höhenwinkel (Grad), Spalte J: Zenitdistanz (Grad), Spalte K: Dispersion (px), Spalte L: Anmerkungen**

## *Erstellung einer Tabelle mit allen wichtigen Werten*

Um unsere Bilder auszuwerten, haben wir zunächst eine Tabelle erstellt. In Spalte A findet sich der Name des aufgenommenen Objektes, in Spalte B das Datum der Aufnahme, in Spalte C die genaue Uhrzeit. Die Belichtungszeit haben wir in Spalte D eingetragen, den Iso-Wert in Spalte E. Aus dem Zeitpunkt der Aufnahme haben wir mithilfe des Programmes Stellarium den Höhenwinkel in Grad (Spalte F), Bogenminuten (Spalte G) und Bogensekunden (Spalte H) ermittelt. Daraus haben wir den Höhenwinkel h komplett in Grad (Spalte I) und somit auch die Zenitdistanz z ermittelt, die man in Spalte J findet (siehe Abbildung 10).

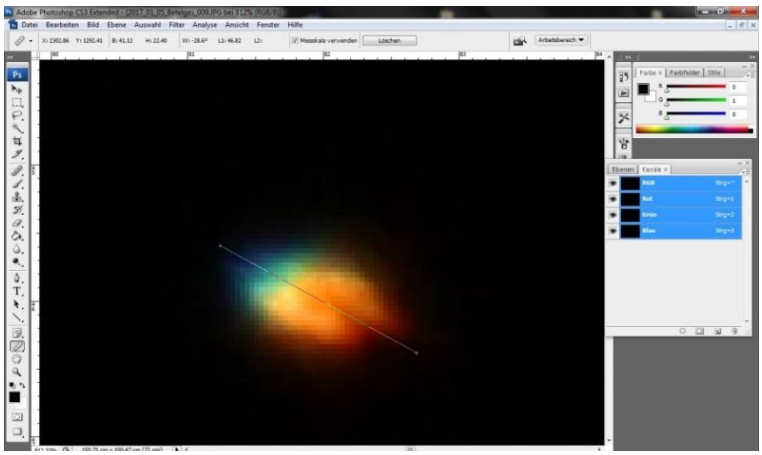


**Abbildung 11: Messung der Dispersion**

Anschließend haben wir die Aufnahmen ausgewählt, auf denen die Dispersion, sofern vorhanden, gut zu erkennen war.

Auf ihnen haben wir den Abstand zwischen dem blauen und dem roten Farbrand mit dem Lineal Werkzeug von Photoshop in Pixeln gemessen (siehe Abbildung 11). Die Werte finden sich in Spalte K. Wir haben allerdings nicht nur Bilder ausgewertet, auf denen man die Dispersion erkennen konnte, sondern auch Bilder, auf denen man erkennen konnte, dass es keine Dispersion gibt. Ziel unseres Experiments war es ja, die Abhängigkeit der Dispersion vom Tangens der Zenitdistanz nachzuweisen und dafür mussten wir auch zenitnahe Aufnahmen auswerten, auf denen keine oder wenig Dispersion zu erkennen war.

Nach diesem Schritt hatten wir die Dispersion in Pixeln. Wir benötigten jedoch die Dispersion in Bogensekunden (siehe Formel). Deshalb galt es, den Maßstab herausfinden, in dem die Aufnahmen gemacht wurden. Dafür haben wir ein Bild der Venus benutzt, welches am selben Abend aufgenommen wurde. Mithilfe von Stellarium konnten wir den Durchmesser der Venus in Bogensekunden an diesem Abend herausfinden und diesen mit Photoshop in Pixeln ermitteln (siehe Abbildung 12). Das Verhältnis dieser beiden Werte war der gesuchte Maßstab und musste nun noch mit den Werten der Dispersion in Pixeln multipliziert werden, damit auch diese in Bogensekunden vorlagen. Aus den nun bekannten Werten konnten wir damit eine weitere Tabelle erstellen, die nur den Tangens der Zenitdistanz und die Dispersion in Bogensekunden enthält. Hieraus haben wir dann ein XY – Diagramm erstellt, wobei auf der X – Achse der Tangens der Zenitdistanz und auf der Y – Achse die Dispersion in Bogensekunden aufgetragen wurde.

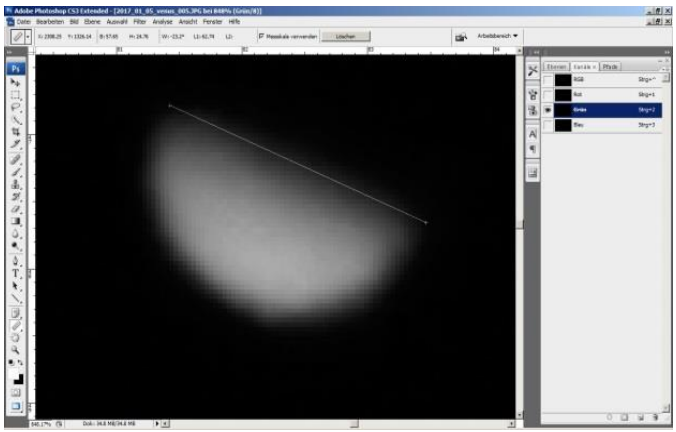


Abbildung 12: Messung des Maßstabes

Mithilfe der linearen Regression konnten wir durch unsere Messpunkte eine Ausgleichsgerade laufen lassen.

## Lineare Regression

Die Lineare Regression beruht auf dem Prinzip der kleinsten Quadrate. Man berechnet die Gerade durch einen Datensatz, bei der die mittlere quadratische Abweichung der Y – Werte von der gesuchten Geraden minimal wird. Für die Gerade $y = mx + b$ gibt es folgende Formel zur Berechnung der Steigung und des Y – Achsenabschnittes:

$$m = \frac{n * \sum xy - \sum x * \sum y}{n * \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{\sum y * \sum x^2 - \sum x * \sum xy}{n * \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

Hierbei gibt $n$ die Anzahl der Punkte, $\sum x$ die Summe aller X – Werte, $\sum y$ die Summe aller Y – Werte, $\sum xy$ die Summe aller Produkte von je zwei zusammengehörigen X – und Y – Werten und $\sum x^2$ die Summe aller quadrierten X – Werte an.

In unserem Fall ist der X – Wert der Tangens der Zenitdistanz und der Y – Wert die Dispersion in Pixeln. Alle benötigten Werte konnten nun berechnet und in die Formel eingeben werden. Das Ergebnis ist aus der Abbildung 13 ersichtlich. Diese Gleichung ist also die, bei der die mittlere quadrierte Abweichung von allen Punkten die geringste ist, und ist deshalb die Ausgleichsgerade durch unseren Datensatz. Die Gleichung der atmosphärischen Dispersion, abhängig von der Zenitdistanz, lautet nach diesen Daten nun: $\Delta R = 1.5194'' * \tan z + 8.3053''$ (siehe Abbildung 14).

| Sternname | tan(z) | Dispersion in Bogensekunden | tan(z)*Dispersion | (tan(z))^2 |
|---|---|---|---|---|
| Aldebaran | 0,693710322 | 13,99596641 | 9,709146364 | 0,48123401 |
| Alnitak | 3,363462589 | 10,52406981 | 35,39731507 | 11,3128806 |
| Bellatrix | 2,302384133 | 12,63000494 | 29,07912297 | 5,3009727 |
| Beteigeuze | 4,320410414 | 14,56900999 | 62,94410248 | 18,6659461 |
| Beteigeuze | 1,077011213 | 9,761672703 | 10,51343096 | 1,15995315 |
| Capella | 0,260895352 | 6,258943859 | 1,63292936 | 0,06806638 |
| Procoyn | 1,728273741 | 9,684436396 | 16,73735712 | 2,98693013 |
| Rigel | 2,511606795 | 12,05473682 | 30,2767589 | 6,30816869 |
| Sirius | 5,440203036 | 18,23586599 | 99,2068135 | 29,5958091 |
| | | | | |
| Summe: | 21,69795759 | 107,7147069 | 295,4969767 | 75,8799609 |
| | | | | |
| m= | 1,51935817 | | | |
| b= | 8,305304197 | | | |

Abbildung 13: Tabelle zur Linearen Regression

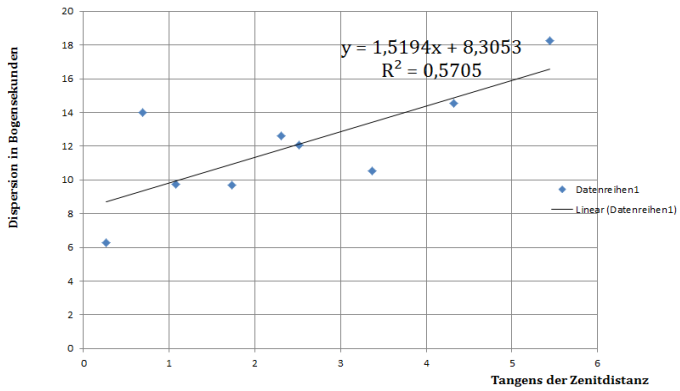



Abbildung 14: Ausgleichsgerade durch den Datensatz

# Fehlerbetrachtung

Beim Betrachten der Geraden fallt auf, dass besonders Aldebaran stark abweicht. Wir haben uns die Bilder von Aldebaran noch einmal genauer angeschaut und bemerkt, dass die Fokussierung nicht genau war. Zoomt man sehr nah an den Stern heran, so kann man einen schwarzen Punkt in seiner Mitte erkennen, was ein Zeichen für Unschärfe ist (siehe Abbildung 15). Durch diesen wurde der Durchmesser des Sternes vergrößert und verfälscht. Deshalb haben wir beschlossen, Aldebaran aus der Wertung herauszunehmen.

Abbildung 15: Schlecht fokussiertes Bild von Aldebaran

Außerdem ist uns beim erneuten Betrachten aller Bilder aufgefallen, dass die Fotos von Sirius überbelichtet sind. Das erkennt man daran, dass auch das am wenigsten belichtete Foto in der Mitte weiß ist (siehe Abbildung 16). Wir haben diese Vermutung auch überprüft, indem wir mithilfe von Photoshop ermittelt haben, wie hoch die Helligkeitswerte der einzelnen Farbkanäle in der Mitte des Sterns waren. Der Maximalwert, der in unserem Fall nicht erreicht werden darf, da dies sonst das Ergebnis verfälscht, wird jedoch sogar auf dem am kürzesten belichteten in allen drei Farbkanälen erreicht. Dadurch, dass das Bild überbelichtet ist, wirkt der Stern größer, als er eigentlich ist. Misst man also an diesem Foto die Dispersion, bekommt man einen zu hohen Wert. Deshalb konnten wir die Aufnahmen von Sirius nicht benutzen. Folglich haben wir auch diesen aus der Wertung ausgeschlossen. Allerdings kann man anhand dieses Fotos die atmosphärische Dispersion äußerst gut erkennen, da sowohl der rote als auch der blaue Farbrand zu sehen sind.

Abbildung 16: Überbelichtetes Bild von Sirius

# Endergebnis

Die fertige Ausgleichsgerade, die wir wieder mit der Linearen Regression bestimmt haben, hat den Funktionsterm: $\Delta R = 1.6745'' * \tan z + 7.0601''$ (siehe Abbildung 17).

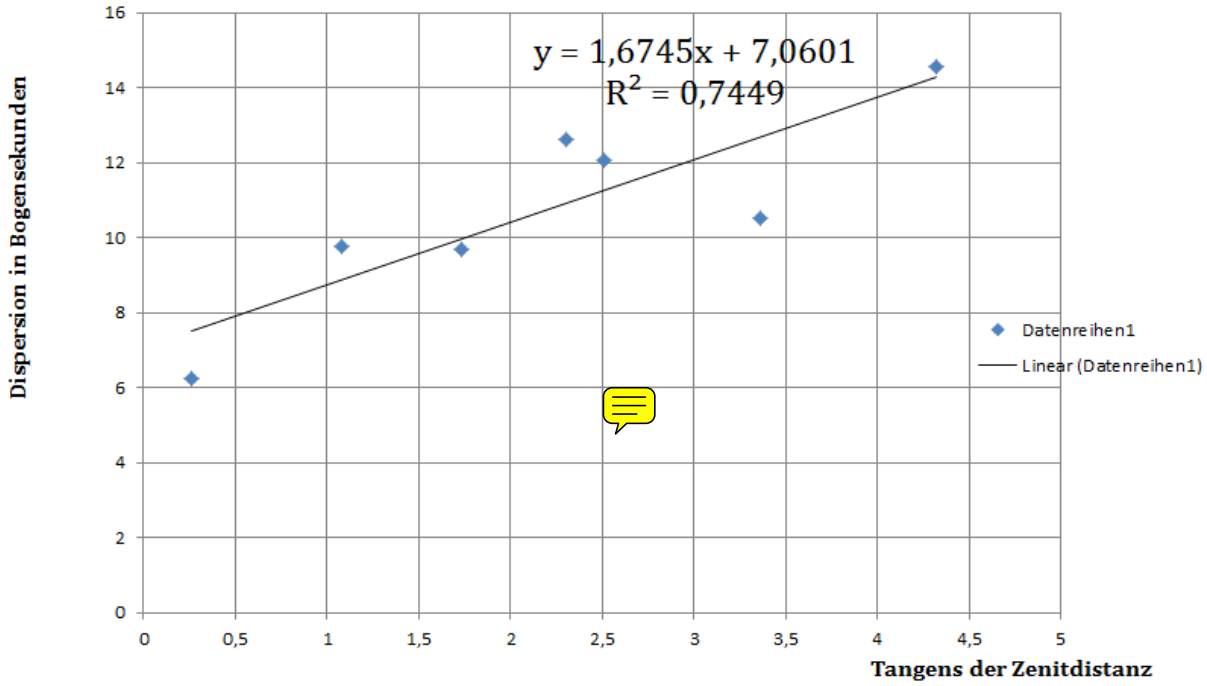



Abbildung 17: Fertige Ausgleichsgerade

Zusammenfassend ergibt sich, dass die ermittelte Steigung unserer Ausgleichsgeraden relativ nah an den Katalogwert herankommt.

Ein großer Unterschied zur erwarteten Geraden ist, dass es einen Y – Achsenabschnitt gibt. Die Erklärung ist einfach: Die Erwartung geht von perfekten punktförmigen Lichtquellen aus. Die Kamera nimmt jedoch auch eine punktförmige Lichtquelle nicht als Punkt auf, sondern streut sie ein wenig. Der Schnittpunkt mit der Y – Achse gibt also an, wie viel die Kamera streut. Obwohl das nicht Ziel unseres Experiments war, konnten wir diesen Wert bestimmen.

Schlussendlich ist zu erkennen, dass keiner der Werte genau auf der Geraden liegt. Das ist nachvollziehbar, da es immer Abweichungen von den erwarteten Werten gibt: Der Faktor, durch welchen Aufnahmen oft verfälscht werden, ist das Seeing. Natürlich sind unsere Fotos auch nicht perfekt aufgenommen und teilweise nicht ganz fokussiert, wodurch sie manchmal etwas unscharf sind.

Trotzdem ist mit unserem Experiment die Proportionalität der Dispersion und dem Tangens der Zenitdistanz bestätigt worden.

# Neue Aufnahmen: Genaueres Ergebnis durch Videostacking

Da man bei unserer ersten Messreihe noch relativ große Abweichungen erkennen kann, haben wir uns überlegt, wie man diese minimieren könnte.

Bei Bildaufnahmen gibt es das Problem, dass diese oft verzerrt sind (siehe Abbildung 19). Die Sterne, besonders die horizontnahen, flackern durch von der Erde aufsteigende heiße Luft. Bei einer Momentaufnahme ist das Risiko hoch, dass man ein Bild aufnimmt, das nicht der Wirklichkeit entspricht. Um diesen Faktor zu eliminieren, sind wir auf das sogenannte Videostacking gekommen.

Hierbei werden Videos aufgenommen, die hinterher „gestackt“ werden. Das Wort stacking kommt aus dem Englischen und heißt „stapeln“. Da Videos eigentlich nur eine Aneinanderreihung von Bildern sind, kann man somit in kurzer Zeit sehr viele Bilder aufnehmen. Durch das „Stapeln“ der Aufnahmen eines Videos erhält man ein Bild, aus dem die Unregelmäßigkeiten herausgekürzt wurden, was die Genauigkeit und die Sicherheit unserer Messung erhöht (siehe Abbildung 18).

**Abbildung 19: Einzelaufnahmen des Sterns Sirius**

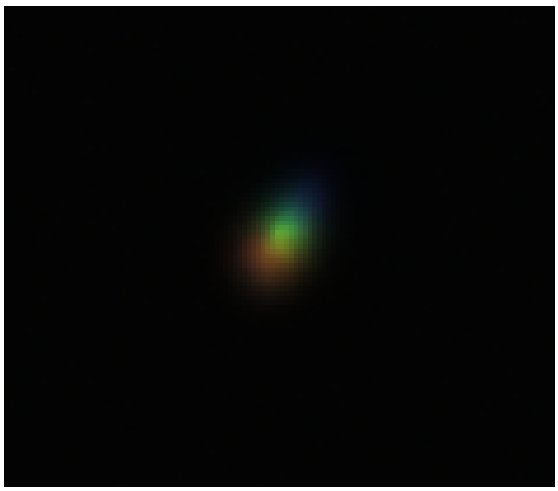


**Abbildung 18: Gemitteltes Bild aus einem Video von Sirius**

# Aufbau

Bis auf die verwendete Kamera ist der Aufbau derselbe geblieben. Wir haben auch für die neue Messreihe das Celestron 11 benutzt.

Wir haben die Farb-Videokamera DBK 21 (Sensor Sony iICX098BQ) benutzt.

Es war für uns von besonderer Bedeutung, eine Videokamera zu benutzen, da, wie bereits beschrieben, die einzelnen Bilder gestackt wurden. Es wäre theoretisch auch möglich, mit einer Digitalkamera viele Einzelaufnahmen zu machen und diese übereinanderzulegen. Dies wäre jedoch viel mehr Arbeit gewesen und mit der Videokamera konnten wir viel mehr Bilder in kürzerer Zeit aufnehmen (ca 2000 Bilder in 1,5 Minuten).

Die Digitalkamera (Canon EOS 450D) hatte die Grenzwellenlängen 400-700nm. Darauf hatten wir unsere Erwartungsformel ΔR=1,4“tan z angepasst. Da sich aber nun die Kamera, und dadurch auch die Grenzwellenlängen ändern, müssen wir auch eine neue Erwartung aufstellen.

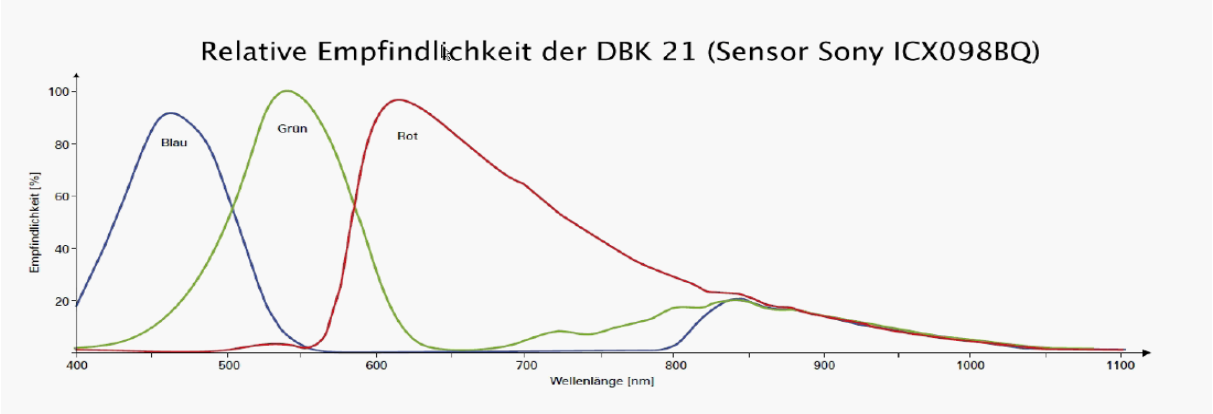



**Abbildung 20: Transmissionskurve der Videokamera DBK 21**

Während unserer Aufnahmen haben wir keinen Filter benutzt. Das bedeutet, dass alles Licht, welches in das Teleskop gefallen ist, auch von der Kamera detektiert wurde.

An der Transmissionskurve (siehe Abbildung 20) ist nun jedoch zu erkennen, dass die Grenzwellenlängen dieses Mal nicht ganz eindeutig sind. Es gibt keinen klaren Punkt, an dem kein Licht mehr aufgenommen wird. Deshalb mussten wir selber einschätzen, welche Grenzen plausibel erscheinen.

Dabei haben wir uns für die Werte von 400 bis 900nm entschieden, weil ab da die Intensität der einzelnen Farbkanäle unter 20% liegt.

Die Dispersionsformel lautet:

$$(n-1) * 10^{-7} \;=\; 643{,}28 \;+\frac{294\,981}{146-\sigma^2}+\frac{2554}{4-\sigma^2}$$

Durch einsetzten der Grenzwellenlängen kommt man zu der Erwartung:

$$\Delta R = R400nm - R900nm = (n1 - n2) * \tan \mathrm{z} = 1{,}7 * \tan z$$

# Auswertung der neuen Aufnahmen

## Videostacking

Um unsere Videos auswerten zu können, mussten sie zunächst zu Bildern verarbeitet werden. Für das Videostacking haben wir das Programm Giotto verwendet (siehe Abbildung 21).

Dabei kamen zunächst Probleme auf: Da die Videos, wie bereits erwähnt, meist mehr als 2000 Bilder enthielten, hätte das Stacken einer einzelnen Aufnahme bereits circa 20 Stunden gedauert. Da uns hierfür die Zeit fehlte, haben wir uns damit zufrieden gegeben, nur jedes 10. Bild eines Videos zur Auswertung zu benutzen. Mit etwa 200 Bildern waren das immer noch genug, um Unregelmäßigkeiten herauszukürzen und ein weniger verfälschtes Bild zu erhalten.

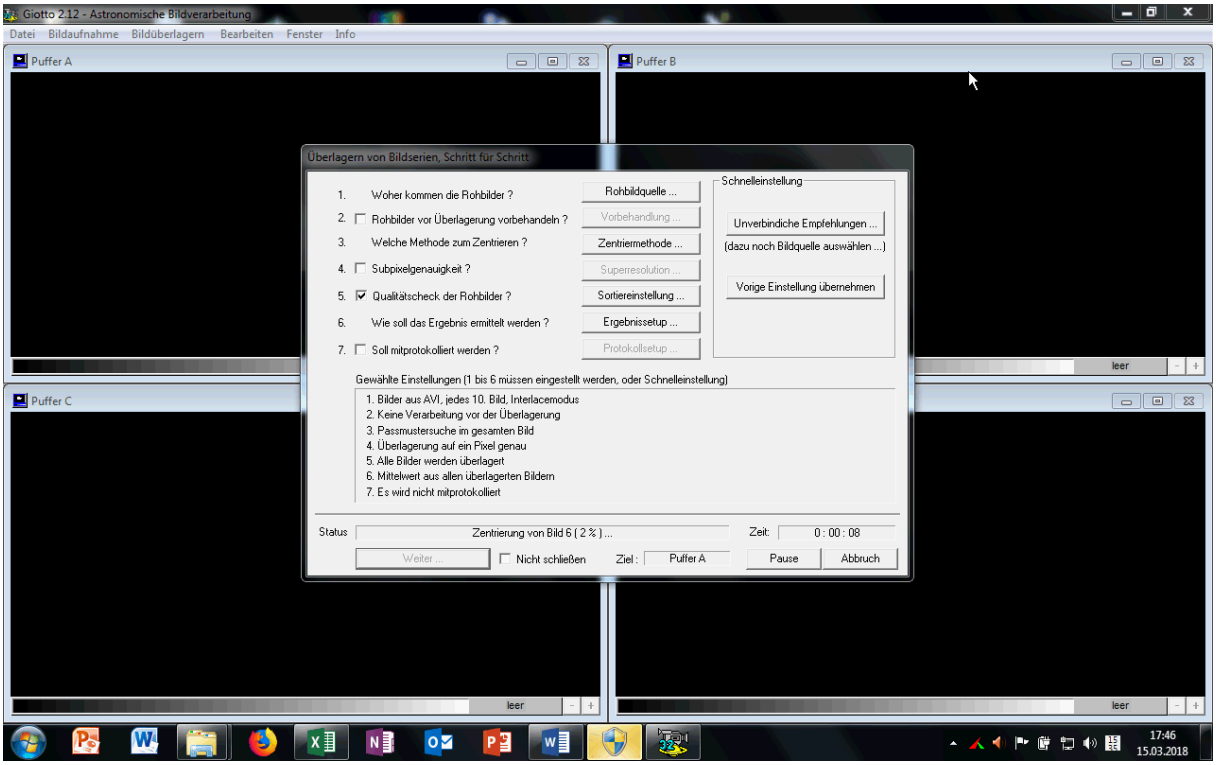



**Abbildung 21: Stacking der Videoaufnahmen mithilfe des Programms Giotto**

## Messung der Dispersion mit Photoshop

Nachdem wir die Videos gestackt hatten, konnten wir die Dispersion abmessen. Hierfür haben wir wieder die gleiche Methode verwendet wie bei unseren Einzelaufnahmen. Wir konnten mithilfe von Photoshop den Abstand zwischen dem blauen und dem roten Farbrand messen (siehe Abbildung 22). Photoshop gab uns somit für jede einzelne Aufnahme ein Ergebnis in Pixeln an.

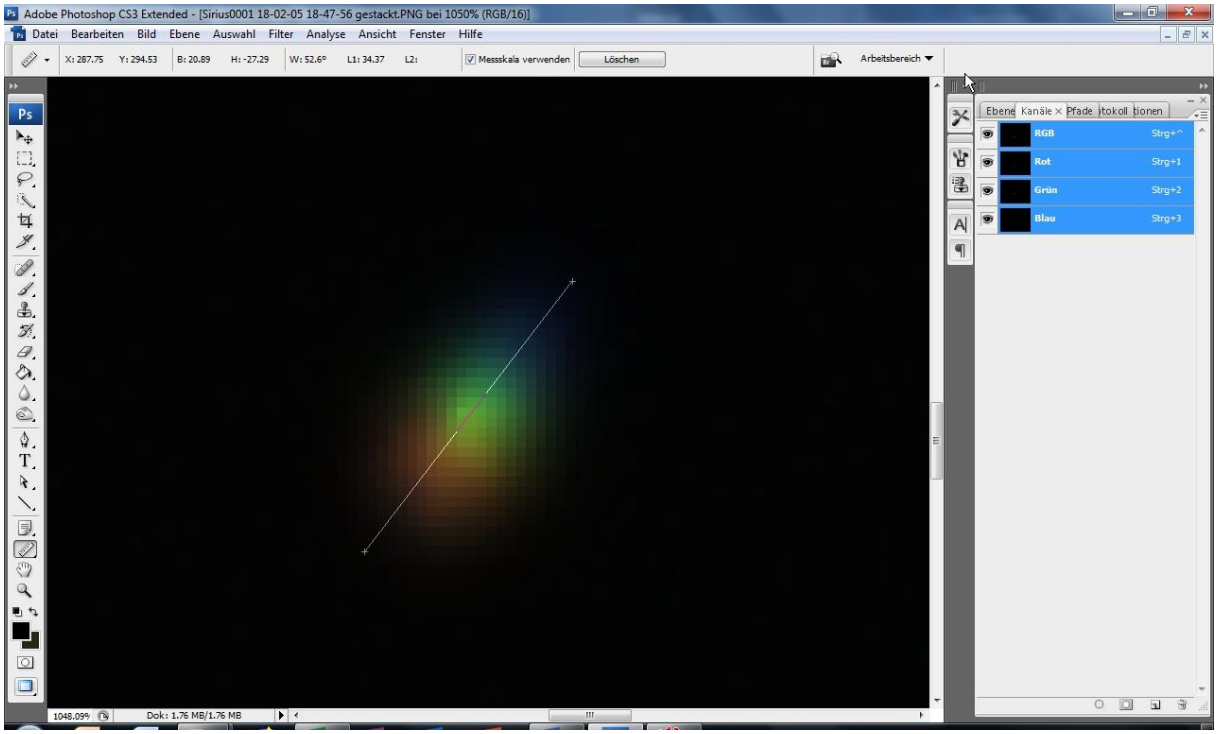



**Abbildung 22: Messung der Dispersion mithilfe von Photoshop**

## Bestimmung des Maßstabs

Doch wie schon zuvor brauchten wir den die Länge des Spektrums in Bogensekunden, um diesen Wert mit der Zenitdistanz in ein Verhältnis zu setzen. Dafür mussten wir den Maßstab von Bogensekunden zu Pixeln messen. Dafür sind wir dieses Mal anders vorgegangen: Wir haben das Sechssternsystem Castor (Alpha Geminorum) aufgenommen.

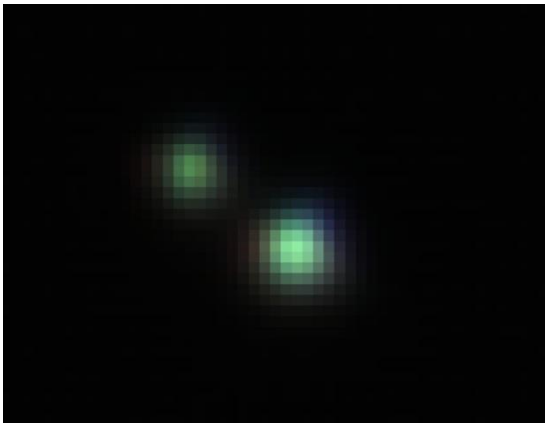


Abbildung 23: Aufnahme des Sechssternsystems Castor

Am Nachthimmel erscheint Castor, der sich im Sternbild Zwillinge findet, bereits sehr hell, mit bloßem Auge sieht er aus wie ein einzelner Stern. Auf unseren Aufnahmen ist jedoch bereits zu erkennen, dass das nur die halbe Wahrheit ist: Castor erscheint als Doppelstern (siehe Abbildung 23).

Doch das ist noch nicht alles: Castor ist eigentlich ein Sechssternesystem. Es besteht aus 3 Doppelsternen (Alpha Geminorum A, Alpha Geminorum B, Alpha Geminorum C), die sich auch gegenseitig umkreisen. Die einzelnen Doppelsterne sind für uns auch mithilfe von Teleskopen als solche nicht erkennbar, lassen sich jedoch durch Spektroskopie nachweisen. Auf unserer Aufnahme kann man Alpha Geminorum A und B erkennen. Alpha Geminorum C ist ein Doppelsternsystem, welches aus roten Zwergen besteht, die nicht hell genug sind, um sie auf dem Foto zu erkennen. Mit einer anderen Belichtungszeit kann jedoch auch dieser deutlich gemacht werden.

Der Abstand von Alpha Geminorum in Bogensekunden lässt sich anhand einer Grafik bestimmen (siehe Abbildung 24). Im Ursprung liegt Alpha Geminorum A. Die elliptische Bahn beschreibt den Weg von Alpha Geminorum B, wenn A ruht. Durch die auf der Ellipse aufgetragenen Jahreszahlen kann man nun, wenn man den Abstand ermitteln möchte, die Entfernung vom Ursprung zum passenden Punkt auf der Ellipse messen. Dadurch, dass alle Werte in Bogensekunden angegeben sind, hat man dadurch den scheinbaren Abstand der beiden Doppelsterne in Bogensekunden. Bei uns betrug dieser ca. $5{,}25''$.

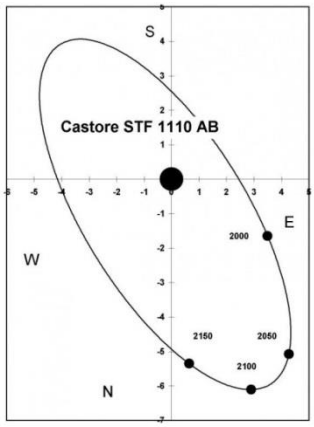



Abbildung 24: Grafik zur Messung des Abstands von Alpha Geminorum A und B (siehe Abbildungsverzeichnis)

Zusätzlich haben wir auf einer unserer Aufnahmen noch den Abstand von Alpha Geminorum A und B in Pixeln gemessen.

Diese beiden Werte haben wir in Verbindung gesetzt und kamen so auf unseren Maßstab $\frac{5.25\,''}{12.6\,px} \approx 0{,}42\,\frac{''}{px}$

# Endergebnis

Anhand von diesem Maßstab und der gemessenen Dispersion in Pixeln konnten wir nun die Dispersion in Bogensekunden ermitteln. Wie bereits zuvor konnte somit mithilfe der linearen Regression eine Ausgleichgerade berechnet werden (siehe Abbildung 25). Unser Ergebnis lautet also: $\Delta R = 1{,}403'' * \tan z + 5{,}2851''$

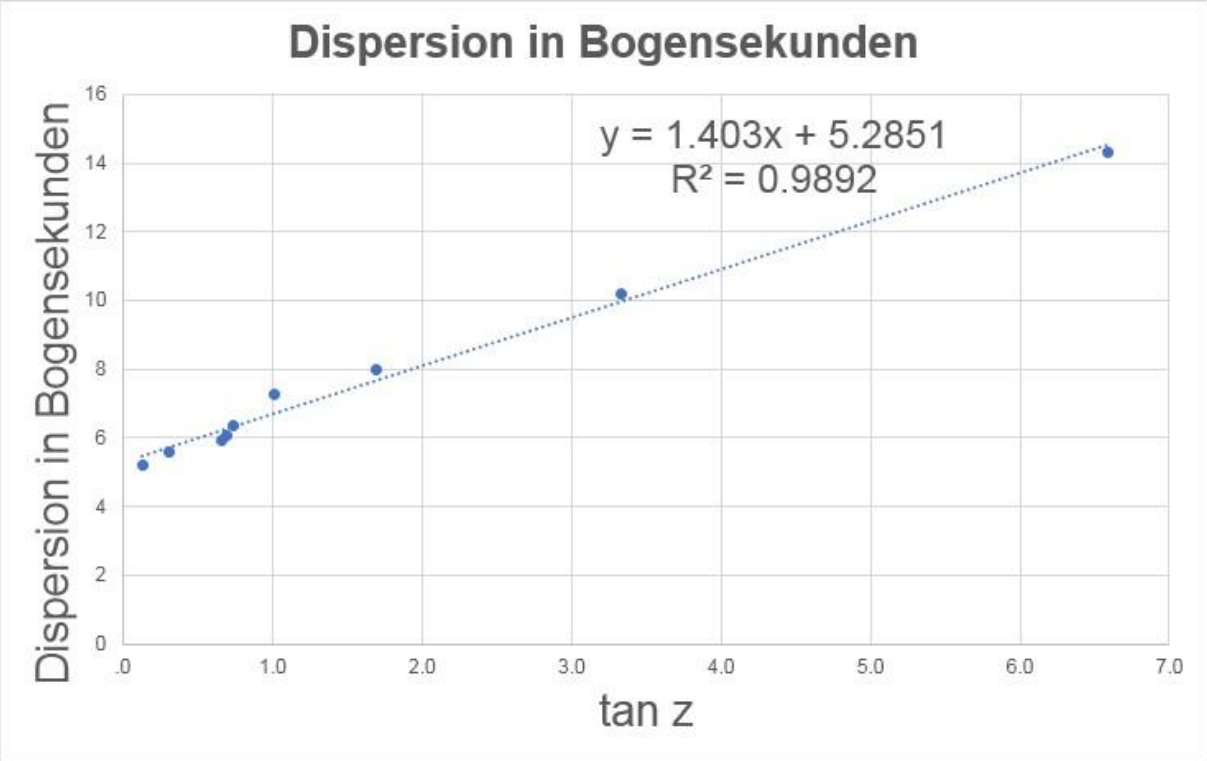



**Abbildung 25: Fertige Ausgleichsgerade**

## Diskussion des Ergebnisses

Beim Betrachten der Ausgleichsgerade fällt sofort auf, dass der Vorfaktor sehr von dem vorher ausgerechneten Vorfaktor abweicht. Allerdings kann man auch erkennen, dass die einzelnen Einträge sehr gut eine Gerade bilden. Es gibt kaum Abweichungen und mit $R^2$=0,9892 ist die Ausgleichsgerade wirklich sehr genau.

Somit ist es extrem unwahrscheinlich, dass der abweichende Vorfaktor durch Messungenauigkeiten oder Ähnliches zustande kommt. Es ist anzunehmen, dass der Vorfaktor für unsere Messreihe stimmt. Jedoch ist es wichtig, herauszufinden, woher die Abweichung kommt. Dafür gibt es mehrere Erklärungen.

Zum einen haben wir den Fehler begangen, dass wir für unsere Messung keinen Filter benutzt haben. Zur Bestimmung des erwarteten Vorfaktors sind die Grenzwellenlängen der Kamera wichtig. Auf der Transmissionskurve der Videokamera ist zu erkennen, dass diese jedoch nicht eindeutig bestimmbar sind. Es gibt keine klaren Grenzen, sondern die Transmission wird zu den Seiten immer schwächer. Für unsere Erwartung mussten wir die Grenzwellenlängen also schätzen. Wir haben vermutete, dass 400nm und 900nm ungefähr die Grenzen sein müssen. Jedoch kann es sein, dass wir damit falsch lagen, und die Grenzwellenlängen eigentlich andere sind. Dadurch würde der Vorfaktor variieren. Jedoch können wir dies nicht klar sagen, da wir keinen Filter benutzt haben. Somit ist die fehlende Verwendung eines Filters eine unserer Fehlerquellen.

Außerdem beinhaltet die benutzte Formel vorgegebene Werte für Temperatur und Luftdruck: Sie geht von 0°C und 1013hPa aus. Für abweichende Werte gibt es die Möglichkeit zur Korrektur:

$$R = \frac{b}{1013hPa} * \frac{1}{1 + T/273°C}$$

Hierbei ist b der Druck in Hektopascal und T die Temperatur in °C.

An dem Abend, an dem wir aufgenommen haben, war es -4°C warm. Den Luftdruck haben wir leider nicht gemessen. Da wir uns zu der Zeit jedoch in ein Hochdruckgebiet befanden, ist zu vermuten, dass der Druck ungefähr bei 1013hPa – 1040hPa lag. Bei Einsetzen dieser Werte lässt sich schnell erkennen, dass $R_0$ höchstens 5% abweicht. Eine leichte Abweichung des Vorfaktors hätte hiermit also erklärt werden können, für unser Ergebnis reicht es allerdings alleine nicht aus. Trotzdem kann es sein, dass auch dieser Faktor bei der Abweichung eine kleine Rolle spielt.

Was auch in die Messung mit einfließt, ist die Luftfeuchtigkeit. Gerade bei hoher Luftfeuchtigkeit und Staubbelastung ist die Rayleigh-Streuung sehr stark. Da diese besonders im kurzwelligen, also im blauen Bereich absorbiert, ist es möglich, dass vor allem bei den horizontnahen Sternen ein Teil des blauen Lichts absorbiert wurde. Es könnte also sein, dass das Spektrum in Wirklichkeit länger war, als es auf den Bildern zu erkennen ist.

Guckt man sich bei Photoshop nur den Blaukanal an und vergleicht diesen mit dem Grün- und dem Rotkanal, kann man erkennen, dass der blaue Anteil tatsächlich schwächer ist. Dadurch verstärkt sich die Vermutung, dass wir auf den Aufnahmen nicht das komplette Spektrum detektiert haben. Da wir jedoch nicht die genaue Luftfeuchtigkeit und Staubbelastung des Beobachtungsabends kennen, und diese auch nur sehr schwierig in die Formel einzuarbeiten wären, können wir jedoch auch hier nicht sagen, in wie weit das die Qualität der Aufnahmen beeinflusst. Jedoch vermuten wir, dass auch dieser Faktor eine Rolle spielt.

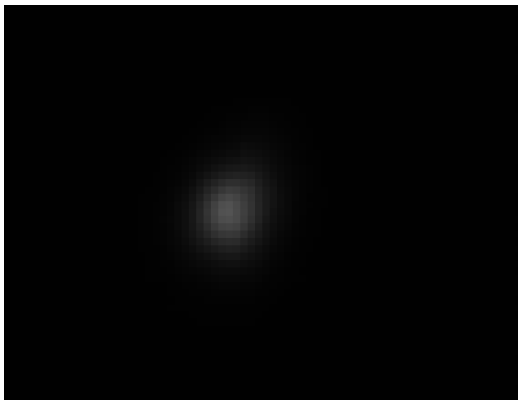


**Abbildung 27: Blaukanal der Aufnahme von Sirius**

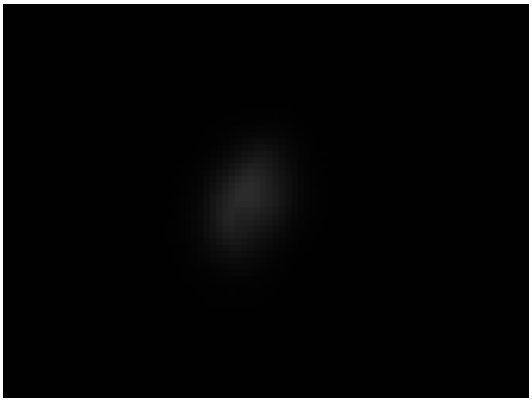
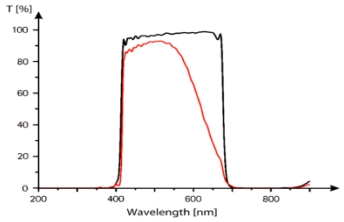


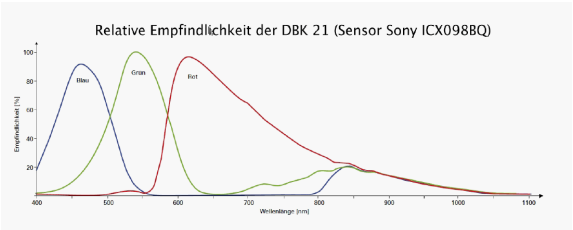
**Abbildung 26: Blaukanal der Aufnahme von Sirius**

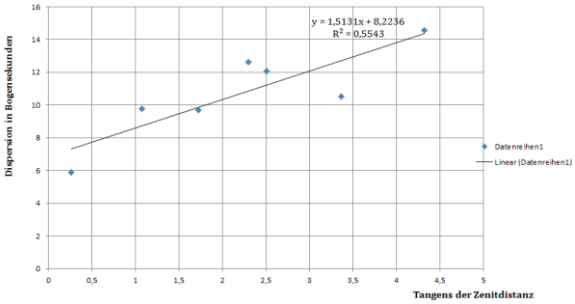
Es ist zu erkennen, dass es viele Gründe geben kann, warum unser Vorfaktor so stark von dem vorher berechneten abweicht. Wir können uns nicht sicher sein, an welchem Grund es besonders lag, sondern können nur spekulieren und darüber nachdenken, wie wir es noch besser machen können. Dies kann mit einer genauen Messung des Luftdrucks und der Luftfeuchtigkeit und mit der Verwendung eines Filters, von dem man die Transmission genau bestimmen kann, gelingen.

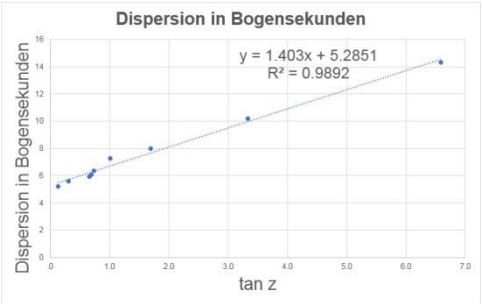
Eins konnten wir jedoch auf jeden Fall mit unserer Messung und der sehr genauen Ausgleichsgerade durch die Messpunkte zeigen: Die Dispersion ist proportional zum Tangens der Zenitdistanz.

## Gegenüberstellung von Videotechnik und Einzelbildern – Hat sich der Aufwand gelohnt?




Zunächst ist zu sagen, dass das Arbeiten mit Videos sehr viel aufwendiger ist als mit einfachen Aufnahmen. Natürlich dauert es länger, diese aufzunehmen. Hinzu kommt, dass wir, bevor wir die richtige Auswertung beginnen konnten, die Videos stacken mussten, was sehr zeitaufwendig war. Erschwerend kam hinzu, dass wir für unsere Aufnahmen keinen Filter benutzt haben. Somit hatten wir eine gewisse Unsicherheit in unserer Erwartung, da an der Transmissionskurve der Kamera keine exakten Grenzen zu erkennen waren.

Uns sind jedoch die positiven Aspekte des Stackings viel stärker ins Auge gefallen: Bereits auf den ersten Blick ist zu erkennen, dass die Werte der Videotechnik viel genauer sind. Sie weichen kaum von der Ausgleichsgerade ab. Das wird auch durch die angegebene Genauigkeit ($R^2$) deutlich. Bei unserer ersten Messreihe war diese noch viel niedriger als nun. Das bestätigt die Annahme, dass durch das Stacken der Videos die gröbsten Fehler heraus gekürzt haben.

Alles in allem sehen wir, dass es noch viele Verbesserungsmöglichkeiten gibt. Wir sind jedoch, vor allem wenn man das neue Ergebnis mit unserer ersten Messung vergleicht, sehr zufrieden mit dem Fortschritt, den wir gemacht haben.

# Danksagung

Bei der Erstellung dieser Arbeit wurden wir insbesondere durch unseren Astronomie – Lehrer Bernd Koch unterstützt. Er hat uns über die gesamte Zeit begleitet, indem er uns in das Thema eingearbeitet hat und uns immer bei Problemen und für Fragen zur Verfügung stand. Hierfür möchten wir uns ganz herzlich bedanken.

Ein herzliches Dankeschön gebührt auch unserem Physik – Lehrer Michael Winkhaus. Wir gehören zu den wenigen Schulen, die eine eigene, hervorragende Sternwarte haben. Durch seinen unermüdlichen Einsatz stehen uns hier hochmoderne Teleskope und zusätzliche Technik zur Verfügung, ohne die eine solche Arbeit undenkbar wäre. Außerdem hat auch er uns immer unterstützt.

Vielen Dank dafür.

# Quellen

**Literatur**


- „Handbuch der Astrofotografie“ (Bernd Koch, 1995)
- „Astronomical Formulae for Calculators“ (Jean Means, 1988)
- „Astronomische Musterversuche“ (Wolfhard Schlosser, Theodor Schmidt-Kaler, 1982)


**Abbildungen**

- Abbildung 3:
  - Quelle: http://www.physik.wissenstexte.de/halligen.htm
  - Autor: Wiebke Salzmann
- Abbildung 5
  - Quelle/Autor: Bernd Koch
- Abbildung 6
  - Quelle: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Light_dispersion_conceptual_waves.gif
  - Autor: Lucas V. Barbosa
- Abbildung 24
  - Quelle: http://divulgazione.uai.it/index.php/Stella_doppia_del_mese_di_febbraio_2011
- Alle nicht hier aufgeführten Abbildungen sind entweder von uns erstellte Bilder oder Screenshots aus den von uns verwendeten Programmen

**Kurse**

- Projektkurs Astronomie Q1 (2016/2017) am CFG Wuppertal (Bernd Koch)
- Physik LK Q1 (2016/2017) und Q2 (2017/2018) am CFG Wuppertal bei Michael Winkhaus

**Internet**


- http://www.spektrum.de/lexikon/physik/snelliussches-brechungsgesetz/13392 (letzter Aufruf: 14.01.2018)
- http://www.teleskop-express.de/shop/product_info.php/info/p1006_Celestron-C11-SC-XLT---280-2800mm-optischer-Tubus.html (letzter Aufruf: 10.01.2018)
- http://www.astroshop.de/celestron-schmidt-cassegrain-teleskop-sc-279-2800-c11-ota/p,12232#tab_bar_1_select (letzter Aufruf: 10.01.2018)
- http://www.digitalkamera.de/Testbericht/Canon_EOS_450D/4839.aspx (letzter Aufruf: 09.01.2018)


**Programme**


- Stellarium (freies Astronomieprogramm zur Simulation von Stern- und Planetenbewegungen)
- Giotto 2.21
- Photoshop